

**Titre:** Comparaison de méthodes de détection du vortex dans des cuves agitées  
Title:

**Auteur:** Paul Alexandre Mosser  
Author:

**Date:** 2012

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Mosser, P. A. (2012). Comparaison de méthodes de détection du vortex dans des cuves agitées [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal].  
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/971/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/971/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Louis Fradette, & Mourad Heniche  
Advisors:

**Programme:** Génie chimique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

COMPARAISON DE MÉTHODES DE DÉTECTION DU VORTEX DANS DES  
CUVES AGITÉES

PAUL ALEXANDRE MOSSER

DÉPARTEMENT DE GÉNIE CHIMIQUE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE CHIMIQUE)

DÉCEMBRE 2012

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

COMPARAISON DE MÉTHODES DE DÉTECTION DU VORTEX DANS DES  
CUVES AGITÉES

présenté par : MOSSER Paul Alexandre

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. PERRIER Michel, Ph.D., président

M. FRADETTE Louis, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. HENICHE Mourad, Doctorat, membre et codirecteur de recherche

M. JOLICOEUR Mario, Ph.D., membre

## DÉDICACE

*À mes parents.*

## REMERCIEMENTS

J'aimerais tout d'abord remercier mes directeurs de recherche, les professeurs Mourad Heniche et Louis Fradette : le Professeur Heniche pour la confiance qu'il m'a témoignée au cours de ces années dans les divers projets entrepris ainsi que pour son soutien, ses conseils et ses idées de grandeur qui m'ont aidé à pousser davantage ma réflexion et à développer ma programmation; le Professeur Fradette pour son soutien et pour m'avoir enseigné la vision de l'analyse expérimentale. Merci infiniment pour m'avoir toujours poussé aux limites de ma réflexion et pour m'avoir soutenu pendant toutes ces années.

Je remercie également l'équipe des techniciens du département de génie chimique et plus particulièrement Carol Painchaud, Gino Robin, Martine Lamarche et Robert Delisle. Carol, merci pour tous les dépannages, les idées et votre aide inconditionnelle. Merci à vous tous pour votre soutien.

Je tiens fortement à remercier Agatha pour toutes ces années de patience, de compréhension, d'amour et de soutien inconditionnel. Merci pour avoir toujours eu une écoute active et pour m'avoir toujours motivé quand ça n'allait pas.

Merci également à mes parents qui m'ont aidé émotionnellement et économiquement au cours de toute ma formation académique.

Je voudrais aussi remercier tous mes amis mais spécialement Yoann, Christian, Vincent et Ali pour leurs conseils et leurs critiques constructives qui m'ont permis de m'améliorer et de finaliser mes projets.

Un remerciement aussi pour les autres membres de l'URPEI, André, Cyrille, Christophe, Olivier, Diane, Damienne, Shirley, Alexandre, Jonathan, Nick, Bruno, Floriant, Simon, Laetitia, Xiao, Ebrahim, Emir et Magda.

Je voudrais finalement remercier le service des immeubles de l'école pour leurs généreuses contributions à mon projet.

## RÉSUMÉ

Un des travaux les plus significatifs dans le domaine de la prédiction des formes de la surface libre dans des cuves agitées date d'une quarantaine d'années avec la contribution de Shinji Nagata. Bien que les travaux de Nagata aient marqué le savoir sur les surfaces libres, la prédiction de l'état de la surface libre dans des cuves agitées en milieu industriel demeure un sujet qui a besoin de plus d'études.

L'objectif de cette étude est d'évaluer la pertinence de deux méthodes expérimentales permettant de déterminer la forme de la surface libre depuis le haut d'une cuve de mélange. Un fluide newtonien à très faible viscosité est utilisé afin d'obtenir des vortex quantifiables. La première méthode, utilisée comme référence, se base sur des observations latérales d'une cuve à parois transparentes. La deuxième méthode, utilise un faisceau laser et une caméra CCD pour extraire la forme de la surface libre. La troisième méthode repose sur du traitement d'images et de l'échelle des gris afin de déterminer la forme tridimensionnelle de la surface libre. Dans le but d'évaluer la performance de chaque méthode, des essais de comparaison sur leur précision et reproductibilité sont effectués.

Les résultats indiquent que les deux dernières méthodes (l'échelle des gris et le faisceau laser) fournissent des résultats fiables concernant la forme des vortex. Toutefois, la troisième méthode est celle qui dispose de la variabilité la plus grande. En plus, les méthodes testées permettent d'obtenir des mesures quantitatives pouvant adresser la modélisation de la forme des vortex dans les cuves agitées. Les méthodes d'investigation présentées dans cette étude sont utiles pour caractériser et déterminer les formes et profondeurs des vortex présents dans des conditions industrielles de mélange dans lesquelles des fluides et des cuves transparents ne sont pas utilisés.

## ABSTRACT

One of the most significant work on the prediction of the free surface shape in agitated tanks dates back to Nagata's early contribution, over 40 years ago. Despite the usefulness of Nagata's findings, more work is required in order to predict the shape of free surfaces accurately, especially in industrial conditions.

The aim of this work was to evaluate the applicability of two experimental methods for determining the free surface shape from the top of a tank. A Newtonian fluid of low viscosity was used to generate quantifiable vortices. The first method, used as a reference, is based on lateral observations of a transparent tank and on video recordings. The second one makes use of a laser beam to determine analogous information. The third method relies on image processing and grey scales to determine both the shape and the depth of the vortex. To assess the performance of each method, we compare their accuracy and repeatability.

The results indicate that both methods (gray shades and laser beam) can provide reliable results for obtaining the shape of the vortex. However, more variability was observed with the gray shades method. Additionally, the methods tested can provide quantitative measurements leading to the modelling of the shape of the vortex. The investigation methods presented herein will be helpful to determine vortex shapes and depths in industrial mixing conditions where transparent tanks and fluids are not used.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS .....	IV
RÉSUMÉ.....	V
ABSTRACT .....	VI
TABLE DES MATIÈRES .....	VII
LISTE DES TABLEAUX.....	XI
LISTE DES FIGURES .....	XII
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	XVI
LISTE DES ANNEXES .....	XX
CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....	1
1.1 Historique du mélange .....	1
1.2 Définition du mélange.....	1
1.3 Systèmes de mélange .....	2
1.3.1 Cuve agitée.....	2
1.4 Caractérisation des systèmes de mélange.....	7
1.4.1 Consommation de puissance .....	8
1.4.2 Capacité de pompage .....	9
1.4.3 Taux de cisaillement.....	10
1.4.4 Temps de mélange.....	11
1.5 Formation du vortex .....	11
1.5.1 Définition .....	11
1.5.2 Intérêt industriel de prédire la formation du vortex .....	12
1.6 Bilan et objectif général .....	14



1.7	Contenu du mémoire .....	15
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE .....		16
2.1	Caractérisation du vortex .....	16
2.2	Méthodes de mesure expérimentales.....	29
2.2.1	Méthodes intrusives.....	29
2.2.2	Méthodes non-intrusives .....	30
2.3	Méthodes de prédiction par simulation numérique dans les cuves agitées .....	33
2.3.1	Méthodes à grille fixe.....	34
2.3.2	Méthodes à grille mobile.....	35
2.3.3	Autres méthodes .....	37
2.4	Problématique et objectifs spécifiques .....	38
CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE .....		39
3.1	Montage expérimental.....	39
3.2	Fluides utilisés.....	41
3.3	Méthode de caractérisation du vortex 1 : Photographie latérale .....	43
3.3.1	Description de la méthode.....	43
3.3.2	Instrumentation.....	43
3.3.3	Procédure.....	44
3.4	Méthode de caractérisation du vortex 2: Faisceau laser.....	47
3.4.1	Description de la méthode.....	47
3.4.2	Instrumentation.....	47
3.4.3	Procédure.....	47
3.5	Méthode de caractérisation du vortex 3: Échelle des gris .....	51
3.5.1	Description de la méthode.....	51

3.5.2	Instrumentation.....	52
3.5.3	Procédure.....	52
3.5.4	Conditions des expériences .....	59
3.5.5	Conditions d'opération recommandées .....	61
3.6	Méthodologie d'analyse des données.....	67
3.6.1	Comparaison avec les moindres carrés .....	67
3.6.2	Comparaison avec les écarts moyens et maximaux .....	68
CHAPITRE 4	DÉTECTION DU VORTEX PAR PHOTOGRAPHIE LATÉRALE .....	69
4.1	Résultats .....	69
4.1.1	Détection des minimum et maximum des profils.....	69
4.1.2	Courbes des profils de surface .....	71
4.1.3	Analyse des différentiels des hauteurs normalisées .....	72
4.2	Niveau de précision des résultats .....	77
CHAPITRE 5	DÉTECTION DU VORTEX PAR FAISCEAU LASER .....	79
5.1	Résultats .....	79
5.1.1	Détection du minimum du profil .....	79
5.1.2	Courbes de surface .....	81
5.1.3	Écarts minimum et maximum des profils .....	82
5.1.4	Analyse de la profondeur du vortex normalisée.....	82
5.2	Niveau de précision des résultats .....	87
CHAPITRE 6	DÉTECTION DU VORTEX PAR ÉCHELLE DES GRIS .....	91
6.1	Résultats .....	91
6.1.1	Modèle tridimensionnel de la surface libre .....	91
6.1.2	Courbes de profil après lissage.....	93

6.2	Niveau de précision des résultats .....	94
CHAPITRE 7 ANALYSE ET COMPARAISON DES RÉSULTATS .....		95
7.1	Méthode de Nagata (Nagata, 1975).....	95
7.1.1	Rayons critiques .....	95
7.1.2	Profils de surface .....	96
7.2	Comparaison des profils des différentes méthodes .....	98
7.2.1	Profils de surface libre.....	98
7.2.2	Régression des moindres carrés et écarts .....	102
7.3	Comparaison des différentiels de hauteurs normalisées .....	107
7.4	Avantages et limitations des méthodes .....	110
CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS .....		112
RÉFÉRENCES.....		117
ANNEXES .....		114

## LISTE DES TABLEAUX

<b>Tableau 1.1:</b> Caractéristiques des agitateurs .....	3
<b>Tableau 1.2:</b> Agitateurs de type turbine et leur écoulement .....	4
<b>Tableau 2.1:</b> Différents modèles de prédiction des profondeurs du vortex .....	24
<b>Tableau 3.1:</b> Caractéristiques du système de mélange.....	39
<b>Tableau 3.2:</b> Proportions et propriétés des composants du fluide utilisé.....	41
<b>Tableau 3.3:</b> Conditions de lumière capturées avec le luxmètre. ....	60
<b>Tableau 3.4:</b> Identification des classes et légende de la <b>Figure 3.19</b> .....	64
<b>Tableau 3.5:</b> Conditions expérimentales optimales pour EDG.....	67
<b>Tableau 4.1:</b> Hauteurs H <sub>b</sub> et H <sub>w</sub> de la photographie latérale .....	69
<b>Tableau 4.2:</b> Valeurs des coefficients des régressions linéaires .....	74
<b>Tableau 4.3:</b> Valeurs des coefficients des régressions non linéaires .....	76
<b>Tableau 5.1:</b> Hauteur H <sub>b</sub> du faisceau laser .....	79
<b>Tableau 5.2:</b> Coefficients de la régression linéaire .....	84
<b>Tableau 5.3:</b> Coefficients de la régression non linéaire .....	86
<b>Tableau 7.1:</b> Points de croisements des courbes de surface libre des différentes méthodes .....	100
<b>Tableau 7.2:</b> Avantages et limitations des trois méthodes .....	111

## LISTE DES FIGURES

<b>Figure 1.1:</b> Nomenclature d'un système de mélange (Cabaret & Fradette, 2011) .....	3
<b>Figure 1.2:</b> Hélice marine (Vissers, 2012) .....	4
<b>Figure 1.3:</b> Écoulement axial (Cabaret & Fradette, 2011) .....	4
<b>Figure 1.4:</b> Turbine Rushton (Vissers, 2012).....	4
<b>Figure 1.5:</b> Écoulement radial (Cabaret & Fradette, 2011).....	4
<b>Figure 1.6:</b> Turbine à pâles inclinées (Vissers, 2012).....	5
<b>Figure 1.7:</b> Écoulement mixte (Cabaret & Fradette, 2011).....	5
<b>Figure 1.8:</b> Paravisc d'Ekato (Cabaret & Fradette, 2011).....	5
<b>Figure 1.9:</b> Double ruban hélicoïdal (Cabaret & Fradette, 2011) .....	5
<b>Figure 1.10:</b> Divers fonds de cuve cylindrique ( $H \approx T$ ) (Cabaret & Fradette, 2011).....	6
<b>Figure 1.11:</b> Courbe de consommation de puissance de quelques turbines (Cabaret & Fradette, 2011).....	8
<b>Figure 1.12:</b> Dispersion des pigments ( <b>a.</b> Peinture, <b>b.</b> Pigments, <b>c.</b> Mélange) .....	13
<b>Figure 1.13:</b> Forme aléatoire de la surface libre (ARDE Barinco DH-201) .....	14
<b>Figure 2.1:</b> <b>a.</b> Nomenclature et cuve de mélange ; <b>b.</b> Distribution des vitesses tangentielles du fluide dans la cuve de mélange (Nagata <i>et al.</i> , 1955). .....	16
<b>Figure 2.2:</b> Profils de surface libre observés vs. obtenus (Nagata <i>et al.</i> , 1955).....	19
<b>Figure 2.3:</b> Types d'agitateurs utilisés (Nagata <i>et al.</i> , 1959; Nagata <i>et al.</i> , 1955) .....	20
<b>Figure 2.4:</b> Principe de la méthode du faisceau laser.....	31
<b>Figure 2.5:</b> Agitateur utilisé par Dular <i>et al.</i> (2006) .....	31
<b>Figure 2.6:</b> Méthode MAC.....	34
<b>Figure 2.7:</b> Méthode VOF .....	35
<b>Figure 2.8:</b> Méthode ALE .....	36
<b>Figure 3.1:</b> Erreurs relatives de la mesure des vitesses .....	40

<b>Figure 3.2:</b> Erreurs de mesure de vitesse de la plaque d'agitation .....	41
<b>Figure 3.3:</b> Système de mélange avec de l'eau .....	42
<b>Figure 3.4:</b> Photographie Latérale - Montage expérimental .....	44
<b>Figure 3.5:</b> Diagramme colorimétrique du domaine vectoriel de couleur RVB .....	45
<b>Figure 3.6:</b> Résultat du code IMAGE ( <b>a.</b> Image au $X^{\text{ème}}$ ips; <b>b.</b> Image au $Y^{\text{ème}}$ ips; <b>c.</b> Image moyenne sur 300 images).....	46
<b>Figure 3.7:</b> Extraction des coordonnées du profil de surface libre .....	46
<b>Figure 3.8:</b> Faisceau Laser - Montage expérimental .....	48
<b>Figure 3.9:</b> Effet du temps de fermeture de la lentille sur le profil ( $Re = 35100$ ).....	49
<b>Figure 3.10:</b> Temps de fermeture de la lentille ( $t_{fr}$ à 10 ms vs. 20 ms) à $Re = 35100$ .....	50
<b>Figure 3.11:</b> EDG - Montage expérimental (vu de l'extérieur) .....	51
<b>Figure 3.12:</b> Cadrage d'une image pour EDG .....	53
<b>Figure 3.13:</b> Distribution des poids pour le filtre Gaussien dans la fenêtre de filtrage.....	54
<b>Figure 3.14:</b> Effet de l'écart type des pondérations Gaussiennes sur le profil de surface .....	55
<b>Figure 3.15:</b> Exemple de la règle de quadrature avec un ordre égale à 2.....	57
<b>Figure 3.16:</b> Choix de l'ordre du filtre Passe-bande .....	58
<b>Figure 3.17:</b> Profil de surface filtré avec un ordre 5 .....	58
<b>Figure 3.18:</b> Positionnement de la caméra ( <b>a.</b> Centrée ; <b>b.</b> Excentrée).....	61
<b>Figure 3.19:</b> Histogramme des 26 combinaisons des conditions expérimentales .....	63
<b>Figure 3.20:</b> Moindres carrés des 3 meilleures combinaisons de conditions expérimentales.....	65
<b>Figure 3.21:</b> Écarts moyens des 3 meilleures combinaisons de conditions expérimentales .....	66
<b>Figure 3.22:</b> Écarts maximaux des 3 meilleures combinaisons de conditions expérimentales.....	66
<b>Figure 4.1:</b> Photographie Latérale - Mesures de $H_b$ et $H_w$ .....	70
<b>Figure 4.2:</b> Courbes de profil de la surface libre.....	71
<b>Figure 4.3:</b> Profondeurs normalisées $\Delta H / D$ .....	72

<b>Figure 4.4:</b> Régression linéaire de type: $\Delta H / D = kFr$ .....	73
<b>Figure 4.5:</b> Écarts des régressions linéaires .....	74
<b>Figure 4.6:</b> Régression non linéaire de type: $\Delta H / D = CRe^aFr^b$ .....	75
<b>Figure 4.7:</b> Écarts des régressions non linéaires .....	76
<b>Figure 4.8:</b> Écarts de mesure des hauteurs $H_b$ et $H_w$ .....	77
<b>Figure 4.9:</b> Écart moyen général de la méthode de la photographie latérale .....	78
<b>Figure 5.1:</b> Faisceau Laser – Mesures de $H_b$ .....	80
<b>Figure 5.2:</b> Courbe des profils de surface libre .....	81
<b>Figure 5.3:</b> Profil de surface libre avec des écarts inférieurs et supérieurs à $Re = 35100$ .....	82
<b>Figure 5.4:</b> Profondeur normalisée $\Delta H_b / D$ .....	83
<b>Figure 5.5:</b> Régression linéaire de type: $\Delta H_b / D = kFr$ .....	84
<b>Figure 5.6:</b> Écart de la régression linéaire.....	85
<b>Figure 5.7:</b> Régression non linéaire de type: $\Delta H_b / D = CRe^aFr^b$ .....	86
<b>Figure 5.8:</b> Écart de la régression non linéaire.....	87
<b>Figure 5.9:</b> Écarts inférieurs et supérieurs de la mesure de $H_b$ .....	88
<b>Figure 5.10:</b> Écarts moyens généraux de la méthode du Faisceau Laser .....	89
<b>Figure 5.11:</b> Profil de surface libre avec écarts inférieurs et supérieurs à $Re = 43900$ .....	90
<b>Figure 5.12:</b> Profil de surface libre avec écarts inférieurs et supérieurs à $Re = 15800$ .....	90
<b>Figure 6.1:</b> Modèle 3D de la surface libre avec photo source ( $Re = 39500$ ; plan visuel : XY; <b>a.</b> Image source ; <b>b.</b> Résultats EDG ; <b>c.</b> Lignes de courant de l' hauteur du modèle) .....	92
<b>Figure 6.2:</b> Modèle tridimensionnel de la surface libre ( $Re = 39500$ ; <b>a.</b> Modèle 3D de EDG sur le plan XZ ; <b>b.</b> Modèle 3D de EDG sur le plan XY) .....	92
<b>Figure 6.3:</b> Courbes de profil de surface libre.....	93
<b>Figure 7.1:</b> Diagramme de $Re / (2*rc / D)$ vs. $Re$ .....	96
<b>Figure 7.2:</b> Courbes de profil de surface libre selon le modèle de Nagata .....	97

<b>Figure 7.3:</b> Résultats de Nagata avec de l'eau ( $\mu = 1\text{cp}$ ) .....	98
<b>Figure 7.4:</b> Profils de surface libre ( <b>a.</b> Nagata; <b>b.</b> Faisceau Laser; <b>c.</b> Photographie Latérale; <b>d.</b> EDG) .....	99
<b>Figure 7.5:</b> Profils de surface libre pour $Re = 43900$ .....	101
<b>Figure 7.6:</b> Profils de surface libre pour $Re = 39500$ .....	101
<b>Figure 7.7:</b> Comparaison des méthodes par rapport à Nagata avec des moindres carrés .....	103
<b>Figure 7.8:</b> Comparaison des méthodes par rapport à Nagata avec des écarts moyens .....	104
<b>Figure 7.9:</b> Comparaison des méthodes par rapport à Nagata avec des écarts maximaux.....	105
<b>Figure 7.10:</b> Effet d'un anneau de lumière à $Re = 19300$ et $Fr = 0,1$ .....	106
<b>Figure 7.11:</b> Valeurs de $H_b$ des trois méthodes proposées .....	107
<b>Figure 7.12:</b> Écarts des régressions linéaires sur la hauteur normalisée $\Delta H_b / D$ .....	108
<b>Figure 7.13:</b> Écarts des régressions non linéaires sur la hauteur normalisée $\Delta H_b / D$ .....	109



## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

### Symboles

A	Surface balayée par un agitateur	$m^2$
B	Valeur de couleur bleu dans le trio RVB	-
C	Distance entre l'agitateur et le fond de la cuve	m
D	Diamètre de l'agitateur	m
$f$	Courbe expérimentale	m
$g$	Constante d'accélération gravitationnelle	$m.s^{-2}$
H	Hauteur de fluide dans la cuve	m
$H_b$	Hauteur minimal du vortex	m
$H_s$	Hauteur entre deux agitateurs	m
$H_w$	Hauteur maximal du vortex	m
$H_0$	Hauteur du fluide au repos	m
$\Delta H_b$	Différence entre $H_b$ et $H_0$	m
$\Delta H_w$	Différence entre $H_w$ et $H_0$	m
$\Delta H_{sp}$	Différence entre $H_w$ et $H_b$	m
l	Longueur	m
M	Scalaire de couleur monochromatique	-
N	Vitesse d'agitation	$s^{-1}$
n	Ordre du filtre Passe-bande	-
P	Puissance de mélange	W
Q	Débit de pompage	$m^3.s^{-1}$
T	Diamètre de la cuve	m
$t_m$	Temps de mélange	s

R	Rayon de la cuve	m
R	Valeur de couleur rouge dans le trio RVB	-
RES	Résolution de points d'étude	-
$r_c$	Rayon critique de Nagata	m
S	Surface	$m^2$
V	Valeur de couleur verte dans le trio RVB	-
v	Vitesse de fluide	$m.s^{-1}$
V	Volume de fluide	$m^3$
$W_b$	Largeur des chicanes dans la cuve	m
w	Poids pondérés des filtres	-
y	Fonction du modèle théorique de Nagata	m
y	Ratio $r_c / R$	-

### Lettres grecques

$\Gamma$	Circulation du fluide	$m^2.s^{-1}$
$\dot{\gamma}$	Taux de cisaillement	$s^{-1}$
$\theta_m$	Temps de mélange adimensionnel	-
$\mu$	Viscosité	Pa.s
$\rho$	Masse volumique du fluide	$kg.m^{-3}$
$\sigma$	Écart type du filtre Gaussien	-
$\tau$	Contrainte de cisaillement	Pa
$\omega$	Vitesse angulaire	$rad.s^{-1}$

## Nombres adimensionnels

Fr	Nombre de Froude
Ga	Nombre de Galilée
Kp	Constante de puissance
Np	Nombre de puissance
Nq	Nombre de pompage
Ns	Nombre de cisaillement
N <sub>tm</sub>	Temps de mélange adimensionnel
Re	Nombre de Reynolds

## Abréviations

ALE	<i>Arbitrary Lagrangian-Eulerian</i>
ASCII	<i>American Standard Code for Information Interchange</i>
CCD	<i>Charge-Coupled Device</i>
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
EDG	Échelle Des Gris
EDP	Equation Différentielle Partielle
FEM	<i>Finite Element Method</i>
GENSMAC	<i>Generalized Simplified Marker And Cell</i>
GILS	<i>Grayscale Image with Light Source</i>
HLF	<i>Height of Liquid Function</i>
IPS	Image Par Seconde
LBM	<i>Lattice Boltzman Method</i>
LDV	<i>Laser Doppler Velocimetry</i>

LIF	<i>Laser-Induced Fluorescence</i>
MAC	<i>Marker And Cell</i>
PIV	<i>Particle Image Velocimetry</i>
RVB	Rouge Vert Bleu
SPH	<i>Smoothed-Particle Hydrodynamics</i>
SMAC	<i>Simplified Marker And Cell</i>
VOF	<i>Volume Of Fluid</i>

### **Formats graphiques**

JPEG	<i>Joint Photographic Experts Group</i>
PPM	<i>Portable PixMap</i>
MOV	<i>QuickTime Movie</i>

## **LISTE DES ANNEXES**

ANNEXE 1 – Fichier GILS.INP

ANNEXE 2 – Fichier IMAGE.INP

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

### 1.1 Historique du mélange

Le mélange industriel aurait été rapporté pour la première fois au 16<sup>ème</sup> siècle avec les travaux de Georgius Agricola (Agricola, 1556). Avec le développement de la deuxième vague de la révolution industrielle et technologique dans la deuxième moitié du 19<sup>ème</sup> siècle, William Froude (1868) et Osborne Reynolds (1885) proposent des nombres adimensionnels qui marquent le début de la mécanique des fluides : les nombres de Froude et de Reynolds. Suite à ces développements, des agitateurs sous forme d'hélice marine commencent à être utilisés dans le mélange.

Soixante-quinze ans plus tard, John Henry Rushton propose le premier agitateur ayant une géométrie devenue standard de nos jours. (Rushton, Costich, & Everett, 1950). Dans les années 1950, avant même l'apparition du premier livre dédié au mélange industriel (Uhl & Gray, 1966), des scientifiques se posaient déjà des questions sur les surfaces libres dans des cuves de mélange car des publications scientifiques apparaissent (Nagata & Yamamoto, 1966; Nagata, Yamamoto, & Hashimoto, 1959; Nagata, Yoshioka, & Yokoyama, 1955; Jan Gerrit van de Vusse, 1953).

La décennie suivante fut celle qui a marqué le plus l'histoire de la surface libre avec de nombreuses publications (Brennan & Lehrer, 1976; Le Lan & Angelino, 1972; Rieger, Dittl, & Novák, 1979; Zlokarnik, 1971) et avec l'édition du livre de mélange compilant tous les travaux de Shinji Nagata (Nagata, 1975).

Les années 1980 marquent le début de la simulation numérique appliquée au mélange. Depuis, le mélange a pris une place importante dans la recherche académique et industrielle. Actuellement, la recherche sur le mélange est présente en Amérique du Nord / Sud, en Europe, en Inde et dans l'Asie de l'est (Heniche & Tanguy, 2008).

### 1.2 Définition du mélange

Afin de présenter une courte introduction sur le mélange, il faut tout d'abord comprendre ce que c'est et en quoi il consiste. Le mélange se définit donc comme étant la réduction d'un manque d'homogénéité dans un volume d'étude. Cette inhomogénéité peut être reliée à une concentration, à une phase ou même à une température. Mélanger consiste donc à réduire les différences des propriétés dans un volume (Paul, Atiemo-Obeng, & Kresta, 2004). Mais, un

mélange parfait n'existe pas car, le degré d'homogénéisation dans un volume est relatif à l'échelle et au point de vue de l'étude (mélange à l'échelle macro / méso / micro) (Paul *et al.*, 2004). Par exemple, une émulsion est considérée mélangée à l'échelle méso / macroscopique tandis qu'un mélange dans un réacteur chimique est considéré mélangé à l'échelle microscopique (à cause que la réaction se déroule au niveau moléculaire).

L'étude du mélange est essentielle pour réguler un procédé. Le mélange permet souvent de contrôler l'efficacité des réacteurs chimiques (Cabaret & Fradette, 2011). C'est-à-dire qu'il permet de contrôler le transfert de masse, la réaction et ultérieurement les propriétés des produits désirés afin d'affecter le rendement, la qualité et les coûts de production des produits désirés. Il est donc important de mentionner quelques systèmes de mélange et comment ces derniers sont caractérisés avant de discuter des surfaces libres et de la formation des vortex.

### 1.3 Systèmes de mélange

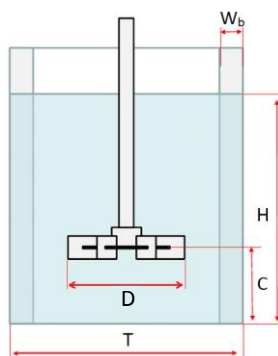
Il existe plusieurs systèmes de mélange qui diffèrent selon les applications industrielles : les cuves agitées, les mélangeurs statiques, les cuves de résonance, les lits fluidisés, les cuves à ultrasons et bien d'autres. Parmi ces divers systèmes, la cuve agitée et le mélangeur statique sont les plus utilisés actuellement dans l'industrie. Compte tenu du fait que cette étude est effectuée dans une cuve de mélange, le mélangeur statique est écarté de la présente étude.

#### 1.3.1 Cuve agitée

##### 1.3.1.1 Nomenclature de la cuve de mélange

La nomenclature générale utilisée dans les cuves de mélange est celle présentée dans la **Figure 1.1**. Le diamètre de l'agitateur et celui de la cuve sont désignés respectivement par les lettres D et T.

La hauteur du fluide au repos est souvent représentée par la lettre H et la hauteur de l'agitateur par rapport au fond de la cuve est représentée par la lettre C. En plus, le terme  $W_b$  correspond à la largeur des chicanes.



**Figure 1.1:** Nomenclature d'un système de mélange (Cabaret & Fradette, 2011)

### 1.3.1.2 Types d'agitateurs

Dans le domaine du mélange, il existe beaucoup d'agitateurs de plusieurs types, formes et de diverses fonctions. Cette partie n'abordera que les principaux types d'agitateurs afin d'expliquer leurs différences et utilités. À l'exception de quelques cas spéciaux, les agitateurs dans les cuves de mélange se divisent en deux grandes familles : les turbines et les agitateurs raclant. Le **Tableau 1.1** montre le ratio de  $D / T$  et la gamme des vitesses auxquelles les différents agitateurs sont efficaces.

**Tableau 1.1:** Caractéristiques des agitateurs

Type d'agitateur	Caractéristiques	
	$D / T$	Vitesse en bout de pale (m/s)
Axial	$0,2 < D / T < 0,7$	1 à 5
Radial	$0,2 < D / T < 0,5$	3 à 10
Haut cisaillement	$D / T \leq 0,1$	10 à 20
Raclant	$D / T \approx 0,95$	1 à 2
Ruban	$D / T \approx 0,95$	0 à 1
Vis d'Archimède	$D / T \leq 0,2$	0 à 0,5

Les turbines à écoulement axial sont souvent recherchées pour homogénéiser et améliorer la circulation du fluide dans le volume de la cuve. Les turbines à écoulement radial sont utilisées pour disperser le fluide dans la cuve. Celles à haut cisaillement sont utilisées pour disperser les


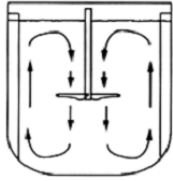

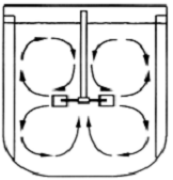


fluides dans la cuve et souvent pour cisailier un fluide en deux phases ou plus. Ces trois types d'agitateurs sont utilisés avec des fluides à faible viscosité ( $\mu < 1 \text{ Pa.s}$ ). Contrairement aux derniers, les agitateurs raclant sont développés pour travailler avec des fluides à haute viscosité ( $\mu > 1 \text{ Pa.s}$ ). Ces derniers permettent de faire circuler les fluides dans toute la cuve sans entraîner de grands taux de cisaillement.

En plus des quatre types d'agitateurs mentionnés ci-dessus, il existe aussi le type mixte. Ce dernier combine les profils d'écoulement d'un agitateur radial et d'un agitateur axial (**Tableau 1.2**). Il est ainsi possible d'avoir les propriétés dispersives de l'agitateur radial sans devoir sacrifier les propriétés distributives de l'axial.

Le **Tableau 1.2** montre des exemples de turbines ainsi que leurs patrons d'écoulement associés. Les patrons d'écoulement des agitateurs raclant peuvent varier énormément à cause de leurs diverses géométries.

**Tableau 1.2:** Agitateurs de type turbine et leur écoulement

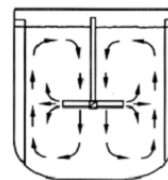
Écoulement	Agitateur	Patron d'écoulement
Axial	 <p><b>Figure 1.2:</b> Hélice marine (Vissers, 2012)</p>	 <p><b>Figure 1.3:</b> Écoulement axial (Cabaret &amp; Fradette, 2011)</p>
Radial	 <p><b>Figure 1.4:</b> Turbine Rushton (Vissers, 2012)</p>	 <p><b>Figure 1.5:</b> Écoulement radial (Cabaret &amp; Fradette, 2011)</p>

---

Mixte



**Figure 1.6:** Turbine à pâles inclinées (Vissers, 2012)



**Figure 1.7:** Écoulement mixte (Cabaret & Fradette, 2011)

---

Deux exemples d'agitateurs raclant sont présentés dans la **Figure 1.8** et la **Figure 1.9**.



**Figure 1.8:** Paravisc d'Ekato (Cabaret & Fradette, 2011)



**Figure 1.9:** Double ruban hélicoïdal (Cabaret & Fradette, 2011)

Tel que mentionné ci-dessus, leurs patrons d'écoulement sont souvent complexes. Toutefois, compte tenu du fait que ces derniers ont pour rôle de faire circuler le fluide à haute viscosité dans tout le volume de la cuve, leur profil d'écoulement est souvent majoritairement axial.

Il est aussi possible de composer des systèmes avec plusieurs agitateurs. En effet, il existe des systèmes coaxiaux avec deux ou un plus grand nombre d'agitateurs pareils ou différents. Un exemple est le mélangeur Superblend, composé d'un double ruban hélicoïdal et d'un Maxblend (Mosser, Heniche, Fradette, Katenaka, & Tanguy, 2012). Il existe aussi des systèmes d'agitateurs centrés et/ou excentrés par rapport à la cuve de mélange (Rivera, Heniche, Ascanio, & Tanguy, 2004) ainsi que des agitateurs à mouvement planétaire (Connelly & Kokini, 2006). C'est-à-dire qu'en plus de tourner sur lui-même, l'agitateur tourne autour des parois internes de la cuve, tout comme une planète tournant autour du Soleil tourne aussi sur elle-même (Paul *et al.*, 2004; Rivera, Foucault, Heniche, Espinosa-Solares, & Tanguy, 2006). Cette double rotation est nécessaire lors

du mélange de fluides très visqueux ( $\mu > 50 \text{ Pa.s}$ ; (Jongen, Bruschke, & Dekker, 2003)). Les rubans hélicoïdaux et les vis d'Archimède sont aussi utilisés dans le mélange de fluides extrêmement visqueux (Driss, Bouzgarrou, Kchaou, & Abid, 2011; Tanguy, Lacroix, Bertrand, Choplin, & Delafuente, 1992). Toutefois, ce type de systèmes ne sera pas discuté dans cette étude.

### 1.3.1.3 Types de cuves de mélange

Il existe plusieurs géométries possibles pour les cuves de mélange : la géométrie cylindrique à proportions égales ( $H \approx T$ ), celle en forme de cigare ( $H > T$ ), celle en forme de pastille ( $H < T$ ) et les géométries cubiques / parallélépipédiques. La plus commune dans l'industrie est la cuve cylindrique à proportions égales. Toutefois, il existe plusieurs types de fonds de cuve pour cette géométrie (**Figure 1.10**). Afin d'éviter la création des zones mortes, le fond le plus utilisé est le deuxième : le fond semi-elliptique.



**Figure 1.10:** Divers fonds de cuve cylindrique ( $H \approx T$ ) (Cabaret & Fradette, 2011)

### 1.3.1.4 Parties internes dans les cuves

L'ajout de chicanes, de contre-pales ou même de serpentins a souvent pour effet de réduire considérablement la formation d'un vortex. Pour un nombre de Reynolds de 300 ou plus, les vortex commencent à se développer et la présence des chicanes devient indispensable afin de créer une circulation optimale du fluide dans la cuve.

Bien qu'il existe des applications où la présence du vortex est bénéficiaire, les chicanes sont presque toujours nécessaires. D'un point de vue optimal (Paul *et al.*, 2004), il est conseillé d'utiliser autant de contre-pales dans la cuve que l'agitateur a de pales (par exemple : le Maxblend<sup>TM</sup> utilise juste deux chicanes (Guntzburger *et al.*, 2009)).

## 1.4 Caractérisation des systèmes de mélange

La caractérisation globale d'un système de mélange est souvent effectuée en analysant quatre caractéristiques : la consommation de puissance, la capacité de pompage, le taux de cisaillement généré et le temps de mélange. Au cours de cette section, les quatre caractéristiques seront abordées brièvement afin de donner une vue globale sur la caractérisation des systèmes de mélange. Étant donné que le régime d'écoulement dans un système de mélange est régi par les nombres adimensionnels de Reynolds et de Froude.

Le nombre de Reynolds représente le ratio entre les forces inertielles et les forces visqueuses dans un système (**Équation 1.1**)

$$Re = \frac{\rho N D^2}{\mu} \quad \text{Équation 1.1}$$

Ainsi il permet de distinguer les trois régimes d'écoulement présents dans un système de mélange:

- Régime laminaire :  $Re < 10$ ; dans ce régime les forces visqueuses sont prédominantes sur les forces inertielles. En se basant sur le modèle d'Ottino, ce régime se décrit en trois étapes : l'étirement, le repli et la cassure d'une phase.
- Régime turbulent :  $Re > 1000$ ; dans ce régime les forces inertielles prédominent sur les forces visqueuses. Habituellement, la turbulence est complètement atteinte à un nombre de Reynolds compris entre 10000 et 100000. De plus, ce régime induit un écoulement aléatoire et asymétrique dans le système de mélange.
- Régime transitoire :  $10 < Re < 1000$ ; ce régime est, comme son nom l'indique, la transition entre le régime laminaire et le régime turbulent.

Les valeurs présentées ci-haut demeurent toutefois arbitraires (par exemple : le régime turbulent est atteint vers un  $Re = 20000$  dans un système utilisant une turbine Rushton).

Le nombre adimensionnel de Froude caractérise l'importance de la pesanteur dans un mélange en représentant le ratio entre les forces liées à la vitesse et la force de pesanteur (**Équation 1.2**).

$$Fr = \frac{N^2 D}{g} \quad \text{Équation 1.2}$$

### 1.4.1 Consommation de puissance

Tout système de mélange consomme de l'énergie. Cette consommation de puissance est toutefois relative aux composantes et aux caractéristiques d'un système de mélange (Équation 1.3).

$$P = f(N, D, T, C, H, W_b, \rho, \mu, g) \quad \text{Équation 1.3}$$

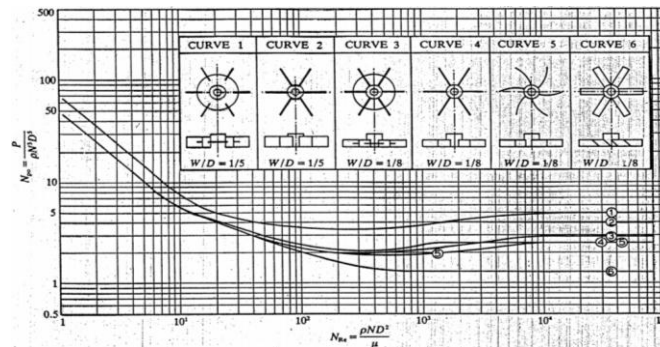
Dérivé des équations de Navier-Stokes et dépendant du régime d'écoulement, le nombre adimensionnel de puissance est utilisé pour quantifier la consommation de puissance d'un système de mélange (Équation 1.4, Équation 1.5 et Équation 1.6).

$$Kp = \frac{P}{\mu N^2 D^3}, \quad Re < 10 \quad \text{Équation 1.4}$$

$$Np = f(Re), \quad 10 < Re < 1000 \quad \text{Équation 1.5}$$

$$Np = \frac{P}{\rho N^3 D^5}, \quad Re > 1000 \quad \text{Équation 1.6}$$

Il est donc possible d'établir une relation entre le nombre de puissance et le nombre de Reynolds afin de quantifier la consommation de puissance pour un système de mélange et un régime d'écoulement donnés (Figure 1.11).



**Figure 1.11:** Courbe de consommation de puissance de quelques turbines (Cabaret & Fradette, 2011)

Lorsque les systèmes de mélange sont dimensionnés sans chicanes, le nombre de Froude intervient dans le calcul de la consommation de puissance afin de prendre en considération l'effet du volume déplacé par le vortex formé.

### 1.4.2 Capacité de pompage

La capacité de pompage est aussi une caractéristique essentielle lors de l'évaluation d'un système de mélange. Elle permet de quantifier la capacité de l'agitateur à générer un écoulement dans la cuve de mélange. Elle représente le débit volumétrique de fluide qui traverse le volume balayé par l'agitateur du système. Toutefois, selon la géométrie des agitateurs, il existe plusieurs méthodes pour évaluer le pompage généré. La technique de base consiste à créer une boîte noire autour de l'agitateur et d'analyser les débits entrants et sortants (Guida, Nienow, & Barigou, 2010). Étant donné que la conservation de la masse doit être respectée à l'intérieur de cette boîte (Débit entrants = Débits sortants), il est alors possible d'évaluer les débits de pompage générés par des agitateurs de type turbine (ex : turbine Rushton, hélice marine et autres; (Cabaret & Fradette, 2011)). Toutefois, cette technique ne fonctionne pas avec des agitateurs à géométrie complexe (agitateurs raclant, rubans et autres). Pour répondre à cette problématique, Iranshahi *et al.* (2007) et Devals *et al.* (2008) font une généralisation du calcul du débit de pompage avec l'agitateur raclant Maxblend™ (SHI, 1986), présentées dans l'**Équation 1.7**.

$$Q_z^+(z) = \frac{1}{H} \int_0^H \left( \int_A v_z^+ dA \right) dz \quad \text{Équation 1.7}$$

Le débit de pompage est calculé selon divers plans verticaux dans la cuve de mélange. À partir des différentes valeurs de pompage soutirées, une valeur moyenne globale du débit est obtenue. Dans l'**Équation 1.7**, A représente la surface balayée par l'agitateur raclant, H la hauteur du fluide et  $v_z^+$  la vitesse axiale positive du fluide. Bien que cette équation ne donne que le débit axial, il est aussi possible de l'adapter de façon à obtenir les débits radial et tangential générés dans la cuve.

Ainsi, selon le type d'agitateur choisi (sous section **1.3.1**), un système de mélange peut avoir divers types de pompes : axial, radial et/ou tangential. Le nombre adimensionnel de

pompage permet de quantifier la capacité de pompage dans un système de mélange donné (**Équation 1.8**).

$$Nq = \frac{Q}{ND^3} \quad \text{Équation 1.8}$$

Comme avec la consommation de puissance, la capacité de pompage d'un système de mélange est fonction de l'agitateur, des propriétés du fluide et des caractéristiques géométriques du système. Récemment, Fontaine *et al.* (2012) et Guntzburger *et al.* (2012) ont utilisé des outils expérimentaux (respectivement, la méthode optique de la PIV (Fontaine, Guntzburger, Bertrand, Fradette, & Heuzey, 2012) et la méthode de la décoloration (Guntzburger, Fontaine, Fradette, & Bertrand, 2012)) pour identifier un nombre de pompage généralisé dans divers systèmes de mélange.

### 1.4.3 Taux de cisaillement

Une autre caractéristique importante lors de la caractérisation d'un système de mélange est le taux de cisaillement généré par l'agitateur. Le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  est défini comme un gradient de vitesse (**Équation 1.9**).

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{Équation 1.9}$$

En effet, le cisaillement généré par l'agitateur est responsable de plusieurs phénomènes souvent présents dans le mélange comme la dispersion de bulles de gaz, l'étirement et la cassure des phases et bien d'autres phénomènes.

Il est donc important de prendre en considération ce phénomène dans l'évaluation d'un système de mélange. Le cisaillement n'est toutefois pas constant dans une cuve de mélange : il est maximal au niveau du bout de la pale de l'agitateur et minimal à la paroi de la cuve. Le nombre adimensionnel de cisaillement  $N_s$ , définit selon l'**Équation 1.10**, est utilisé afin de quantifier cet effet.

$$N_s = \frac{\|\dot{\gamma}\|}{N} \quad \text{Équation 1.10}$$

### 1.4.4 Temps de mélange

Le temps de mélange adimensionnel  $\theta_m$  (ou aussi  $Nt_m$ ) permet aussi de caractériser un système de mélange donné (**Équation 1.11**). Il représente le nombre de rotations nécessaires à l'agitateur pour atteindre une homogénéisation complète du volume de fluide.

$$\theta_m = t_m N \quad \text{Équation 1.11}$$

## 1.5 Formation du vortex

### 1.5.1 Définition

Dans la mécanique des fluides, la surface libre correspond à l'interface entre un fluide, souvent présent sous forme liquide, et un gaz. L'étude de la surface libre est abordée par divers domaines, allant de l'hydrologie des marées et l'étude des Tsunamis jusqu'aux études de barrages, en passant par les cuves de mélange. La surface libre d'un système se déforme lorsque le fluide cesse d'être au repos. Dépendamment de la perturbation induite au fluide, cette déformation peut être stationnaire (exemple : une cuve de mélange tournante présente une surface libre constante (Heniche & Mosser, 2011)) ou non-stationnaire (exemple : phénomène de déferlement de vagues d'une rivière (Heniche, 1995)). Le vortex est un cas particulier de la déformation de la surface libre initialement plate au repos.

Un vortex se définit comme étant un tourbillon d'axe vertical qui décroît selon la hauteur du volume du fluide. Ce tourbillon est créé par les effets de dépression/surpression de l'agitateur et correspond au rotationnel de la vitesse du fluide (Falkovich, 2011). Il existe deux types de vortex : le vortex libre et le vortex forcé.

#### 1.5.1.1 Vortex libre

Le vortex libre est présent lorsque le moment angulaire de la vitesse est uniforme partout dans le fluide. La vitesse tangentielle varie inversement avec la distance du centre de rotation (Batchelor, 1967). C'est-à-dire que le fluide loin du centre du vortex fait une révolution plus lentement que le fluide près du centre. Ainsi, la vitesse du fluide augmente en se rapprochant du centre du vortex (**Équation 1.12**).



$$v_{\theta} = \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad \text{Équation 1.12}$$

La circulation du fluide  $\Gamma$  correspond à l'intégrale curviligne de la vitesse sur une courbe fermée (**Équation 1.13**; (Fox, McDonald, & Pritchard, 2004)).

$$\Gamma = \oint_C v dl \quad \text{Équation 1.13}$$

Ou, grâce au théorème de Stokes, à l'intégrale surfacique du rotationnel des vitesses sur la surface libre (**Équation 1.14**).

$$\Gamma = \iint_S (\nabla \times v) dS \quad \text{Équation 1.14}$$

### 1.5.1.2 Vortex forcé

Le vortex forcé correspond à une rotation solide du volume de fluide. N'ayant pas de cisaillement, le rotationnel des vitesses s'exerçant sur le fluide est identique partout. Ainsi, la vitesse tangentielle prend la forme donnée par l'**Équation 1.15** et la surface libre du fluide adopte une forme parabolique (Batchelor, 1967).

$$v_{\theta} = \omega r \quad \text{Équation 1.15}$$

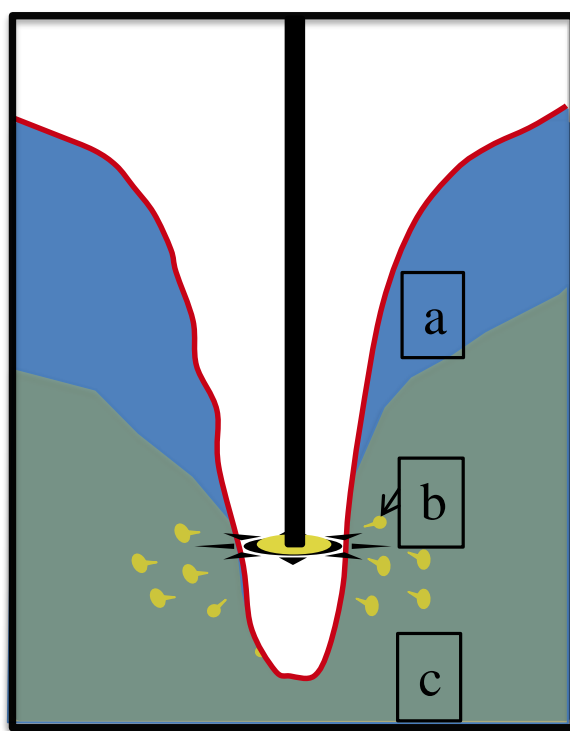
Dans le cas du mélange, les vortex développés adoptent une forme composée: une forme de vortex forcé près du centre et de vortex libre près des parois de la cuve (Busciglio, Grisafi, Scargiali, Davi, & Brucato, 2011; Nagata, 1975; Nagata *et al.*, 1959).

## 1.5.2 Intérêt industriel de prédire la formation du vortex

La formation des vortex dans les applications de mélange est un phénomène qui est très présent en industrie. Ainsi, certaines applications doivent utiliser des cuves de mélange démunies de chicanes. Cette absence de chicanes induit une déformation de la surface libre qui prend souvent la forme de vortex. Par exemple, la production des résines, peintures et colorants a besoin de vortex très prononcés afin d'effectuer une bonne dispersion des pigments dans le volume (**Figure 1.12**).

Il est toutefois important de remarquer que la rhéologie du fluide mélangé est un facteur influençant la forme de la surface libre. Dans le cas de fluides viscoélastiques, souvent présentes dans les procédés de surfactants, la surface libre n'adopte pas la forme d'un vortex mis a plutôt tendance à se déformer aléatoirement ou à grimper le long de l'axe de rotation (effet Weissenberg (Weissenberg, 1931)). La déformation de la surface libre d'un fluide est indirectement liée à sa température. En effet, la température d'un fluide a un effet direct sur sa viscosité, qui elle a un effet direct sur la forme de la surface libre. Ainsi, une augmentation de la température se traduit par une déformation plus significative de la surface libre (à l'exception des matériaux thermodurcissables).

La tension de surface du fluide joue également un rôle essentiel lors de la déformation de la surface libre. Certaines applications industrielles bénéficient de l'insertion de bulles d'air ou de poudres dans le volume de fluide (Bhattacharya, Hebert, & Kresta, 2007). Pour réussir une telle insertion, il est nécessaire de surmonter la tension de surface du fluide.



**Figure 1.12:** Dispersion des pigments (**a.** Peinture, **b.** Pigments, **c.** Mélange)

L'industrie alimentaire dispose aussi d'un intérêt particulier sur la prédiction de la surface libre. En travaillant avec des fluides à très haute viscosité, la surface libre a tendance à se déformer aléatoirement (**Figure 1.13**).



**Figure 1.13:** Forme aléatoire de la surface libre (ARDE Barinco DH-201)

Dans d'autres applications, les vortex ne sont pas désirés car ils perturbent les patrons d'écoulements dans la cuve de mélange sans chicanes (Paul *et al.*, 2004). Toutefois, lorsque les vortex sont essentiels, comme pour l'insertion d'air ou de poudres dans un volume (Jolicoeur, Chavarie, Carreau, & Archambault, 1992; Paul *et al.*, 2004), des demi-chicanes n'atteignant pas la surface sont ajoutées afin de décomposer la vitesse tangentielle en d'autres composantes (axiale et radiale).

En plus d'avoir un effet sur les critères de mélange discutés précédemment (section 1.4), la déformation de la surface libre représente un aspect essentiel lors de l'étude et l'utilisation d'un système de mélange sans contre pales.

## 1.6 Bilan et objectif général

L'Unité de Recherche en Procédés d'Écoulements Industriel (URPEI), est un centre de recherche technologique en ingénierie des écoulements de milieux complexes de l'École Polytechnique de Montréal. Depuis la dernière décennie, de nombreuses études ont été effectuées à l'URPEI avec une grande gamme d'agitateurs et de systèmes de mélange. Toutefois, dans ce contexte de simulation des cuves de mélange, les conditions de surface libre ont toujours été négligées. C'est-à-dire que les simulations ont été effectuées en posant une surface libre plate constante dans le temps.

Sur un plan numérique, Heniche & Mosser (2011) présentent une première ouverture dans le monde des surfaces libres pour le groupe. Sur un plan expérimental, ce mémoire propose trois méthodes expérimentales non-intrusives pour détecter la forme de la surface libre dans des cuves agitées sans chicanes. La première méthode peut détecter le profil du vortex depuis un côté de la cuve agitée. Cette dernière a été développée dans un but de validation expérimentale de tous les résultats. Les deux autres méthodes peuvent détecter la surface libre depuis le haut de la cuve de mélange et font l'objet principal de cette étude.

L'objectif général de cette étude est d'évaluer l'applicabilité de deux méthodes expérimentales afin de déterminer la forme de la surface libre depuis le haut d'une cuve agitée.

## **1.7 Contenu du mémoire**

Ce mémoire est composé de cinq parties:

- Le chapitre 2 est une revue de littérature des sujets suivants:
  - Caractérisation des vortex
  - Méthodes de mesure expérimentales
  - Méthodes de prédiction par simulation numérique
- Le chapitre 3 présente les méthodologies utilisées pour les trois méthodes.
- Les chapitres 4, 5 et 6 présentent les résultats des trois méthodes expérimentales.
- Le chapitre 7 présente une analyse et une comparaison de ces méthodes.
- Le chapitre 8 présente la conclusion de cette étude.

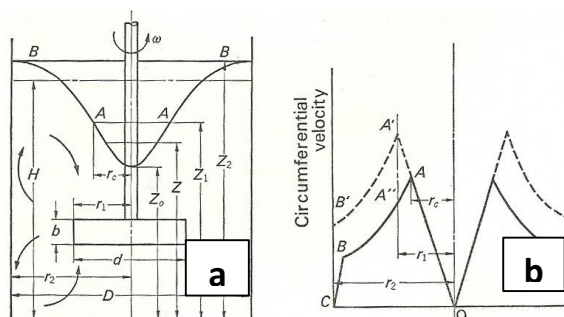
## CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

### 2.1 Caractérisation du vortex

L'étude de vortex dans des cuves agitées débute dans les années cinquante avec les travaux de Van de Vusse et de Nagata (Nagata *et al.*, 1959; Nagata *et al.*, 1955; Jan Gerrit van de Vusse, 1953). Dépourvus d'outils numériques, les auteurs ont réalisé des constatations expérimentales de la formation des vortex dans les cuves de mélange sans chicanes. Ils ont toutefois appuyé leurs constatations sur la théorie de la mécanique des fluides. Ceci leur a permis de généraliser les formes des vortex prédites avec des modèles empiriques.

Durant son doctorat, Van de Vusse étudie la performance de divers types d'agitateurs pour homogénéiser un mélange de fluides miscibles. En s'appuyant sur des critères de comparaison basés sur du temps de mélange et la consommation de puissance, il établit que la prédiction du vortex est fonction des nombres adimensionnels de Reynolds et de Froude. Il propose ainsi des relations pour prédire la profondeur du vortex dans une cuve de mélange avec une hélice marine (Tableau 2.1).

En 1955, Nagata et ses collaborateurs étudient la consommation de puissance de plusieurs agitateurs dans des cuves de mélange (Nagata *et al.*, 1955). En posant la nomenclature de la **Figure 2.1.a**, les auteurs définissent la forme du vortex selon deux régions distinctes. La première se situe près de l'axe de rotation du mobile et correspond au vortex forcé. La deuxième région se situe près des parois de la cuve et correspond au vortex libre. La limite entre les deux régions est limitée par un rayon critique inférieur au rayon de l'agitateur.



**Figure 2.1:** **a.** Nomenclature et cuve de mélange ; **b.** Distribution des vitesses tangentielles du fluide dans la cuve de mélange (Nagata *et al.*, 1955).

Dans la région du vortex forcé, la vitesse augmente linéairement avec l'augmentation du rayon de la cuve (**Figure 2.1.b section OA; Équation 2.1**). Ainsi, la résultante de la force centrifuge  $mr\omega^2$  et de la force gravitationnelle  $mg$  est balancée avec l'augmentation de la pression statique (Nagata *et al.*, 1955).

$$r \leq r_c ; v = r\omega \quad \text{Équation 2.1}$$

Dans l'Équation 2.1, la vitesse angulaire  $\omega$  se définit comme suit (Équation 2.2):

$$\omega = 2\pi N \quad \text{Équation 2.2}$$

Ainsi, en posant une condition isobare à la surface du vortex, la composante  $z$  du mouvement se réduit à l'expression suivante :

$$\frac{dz}{dr} = \frac{mr\omega^2}{mg} \quad \text{Équation 2.3}$$

La résolution de l'Équation 2.3 établit que la surface libre prend la forme connue d'une parabole (Équation 2.4) dans la région du vortex forcé.

$$r \leq r_c ; z = z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} \quad \text{Équation 2.4}$$

La région du vortex libre est caractérisée par des vitesses inversement proportionnelles au rayon de courbure d'une ligne de courant (Équation 2.5).

$$r \geq r_c ; v = \frac{r_c^2 \omega}{r} \quad \text{Équation 2.5}$$

Ainsi, la vitesse décroît asymptotiquement avec une augmentation du rayon de la cuve (**Figure 2.1.b section AB**).

$$r \geq r_c ; z = z_0 + \frac{\omega^2 r_c^2}{2g} \left( 2 - \frac{r_c^2}{r^2} \right) \quad \text{Équation 2.6}$$

Dans cette région de vortex libre la surface libre prend donc une forme hyperbolique (Équation 2.6).

En combinant et en intégrant l'Équation 2.4 et l'Équation 2.6, les auteurs expriment le volume de fluide dans la cuve (Équation 2.7).

$$V = 2\pi \left[ \int_0^{r_c} \left( z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} \right) r dr + \int_{r_c}^{r_2} \left( z_0 + \frac{\omega^2 r_c^2}{2g} \left( 2 - \frac{r_c^2}{r^2} \right) \right) r dr \right] \quad \text{Équation 2.7}$$

La résolution de l'Équation 2.7 permet de trouver une expression permettant d'identifier le rayon critique  $r_c$  (Équation 2.8).

$$V = z_0 \pi r_2^2 + \frac{\pi \omega^2}{4g} r_c^4 + \frac{\pi \omega^2}{g} r_c^2 (r_2^2 - r_c^2) - \frac{\pi \omega^2 r_c^4}{g} \ln \left( \frac{r_2}{r_c} \right) \quad \text{Équation 2.8}$$

La hauteur du fluide est défini par les auteurs selon l'Équation 2.9.

$$H = \frac{V}{\pi r_2^2} \quad \text{Équation 2.9}$$

Les auteurs identifient le rayon critique en remplaçant la relation de la hauteur de fluide au repos (Équation 2.9) par l'Équation 2.8. Dérivée de ce remplacement mathématique, Nagata propose une équation (Équation 2.10) permettant de calculer les valeurs des rayons critiques dans plusieurs conditions de mélange.

$$\left( \frac{H - z_0}{r_2^2} \right) \frac{g}{\omega^2} = y^2 - y^4 \left( 2,303 \log \left( \frac{1}{y} \right) + \frac{3}{4} \right) \quad ; \quad 0 \leq y \leq 1 \quad \text{Équation 2.10}$$

Dans l'Équation 2.10 ci-dessus, la variable  $y$  représente le ratio entre le rayon critique  $r_c$  et le rayon de la cuve  $R$  ou  $r_2$ . Cette équation permet de trouver des valeurs de rayons critiques et de pouvoir ainsi comparer leur modèle théorique avec plusieurs résultats expérimentaux avec des vitesses changeantes (Figure 2.2).

Il est important de remarquer que le modèle proposé par Nagata (1955) ne tient pas compte de la viscosité du fluide à l'étude. Tel que mentionné précédemment (section 1.5), la viscosité joue un rôle essentiel dans la déformation de la surface libre. En effet, pour un même système de mélange, plus la viscosité est élevée plus faible sera la déformation de la surface libre (Heniche & Mosser, 2011).

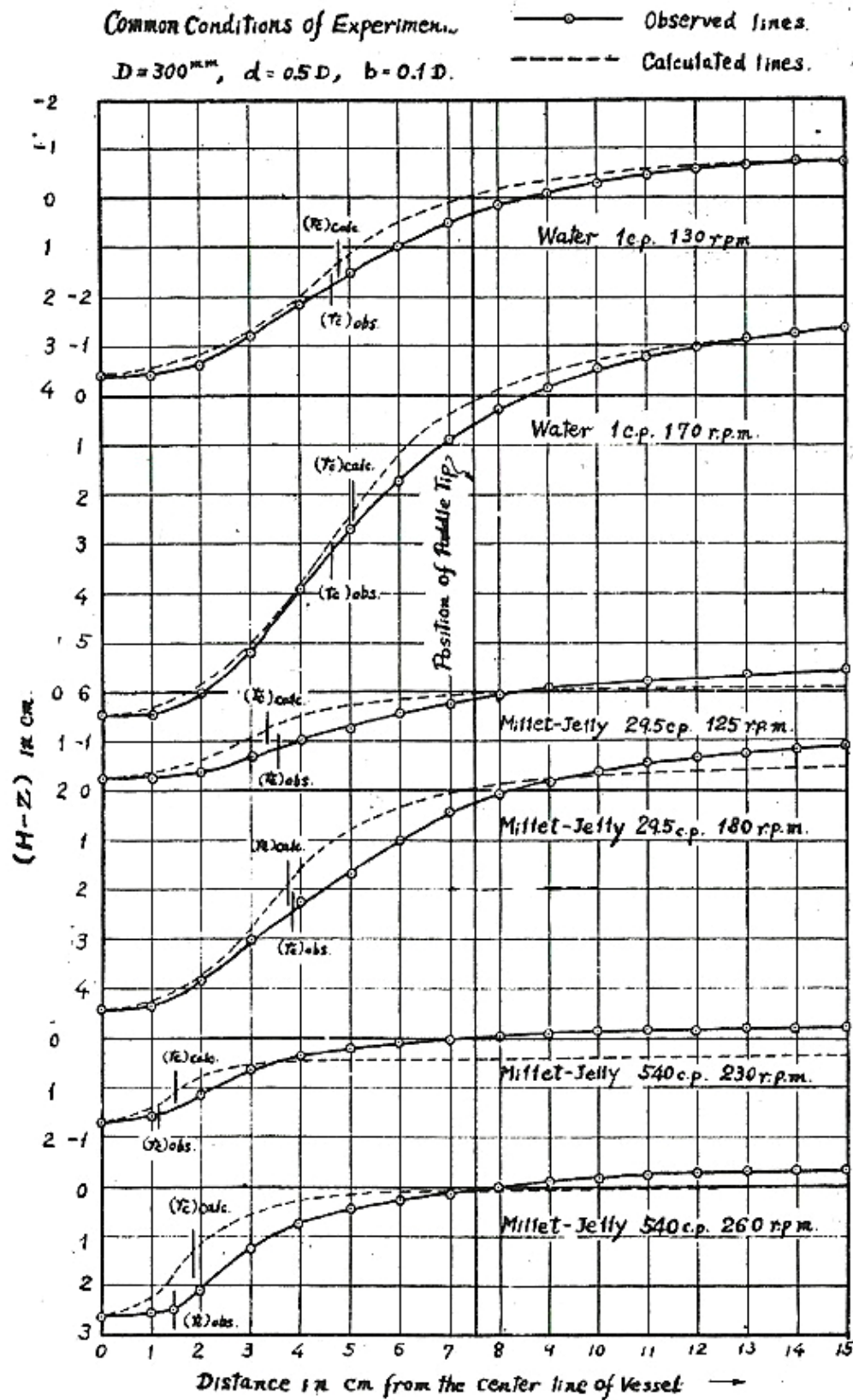
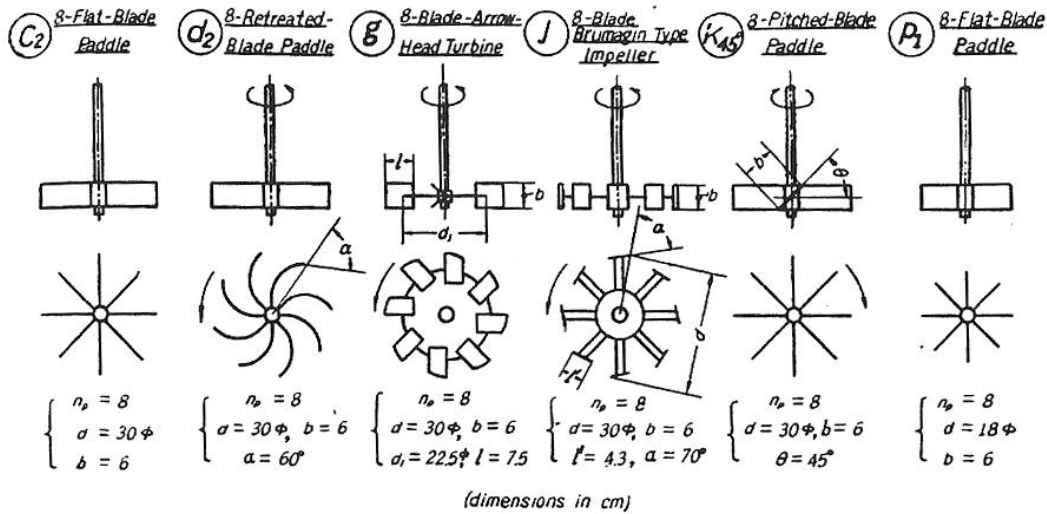


Figure 2.2: Profils de surface libre observés vs. obtenus (Nagata *et al.*, 1955)



En 1959, Nagata et des collaborateurs élargissent le nombre d'expériences en utilisant huit autres turbines à écoulements axial et/ou radial (**Figure 2.3**).



**Figure 2.3:** Types d'agitateurs utilisés (Nagata *et al.*, 1959; Nagata *et al.*, 1955)

Nagata et Yamamoto publient un des premiers articles sur les critères de la mise à l'échelle pour des cuves de mélange (Nagata & Yamamoto, 1966).

Peu avant son décès, Nagata publie un ouvrage compilant l'ensemble de ses travaux (Nagata, 1975). Dans le chapitre consacré à la surface libre dans des cuves de mélange, en plus d'y réexpliquer le modèle théorique, il propose également une équation générale du rayon critique (**Équation 2.11**).

$$r_c = \sqrt{r_2 \left( r_2 - \sqrt{r_2^2 - \frac{2g}{\omega^2} (Z_2 - Z_0)} \right)} \quad \text{Équation 2.11}$$

Ainsi, en utilisant la nomenclature de ce mémoire, le modèle de Nagata s'écrit comme suit (**Équation 2.12** et **Équation 2.13**):

$$r \leq r_c ; \quad z = H_b + \frac{\omega^2 r^2}{2g} \quad \text{Équation 2.12}$$

$$r \geq r_c ; \quad z = H_b + \frac{\omega^2 r_c^2}{2g} \left( 2 - \frac{r_c^2}{r^2} \right) \quad \text{Équation 2.13}$$

Avec la formule du rayon critique suivante (**Équation 2.14**) :

$$r_c = \sqrt{\frac{T}{2} \left( \frac{T}{2} - \sqrt{\left( \frac{T}{2} \right)^2 - \frac{2g}{\omega^2} (H_w - H_b)} \right)} \quad \text{Équation 2.14}$$

Plus tard, des chercheurs constatent que le modèle de Nagata prédit des vitesses tangentielles du fluide au centre de la cuve plus grandes que celles observées expérimentalement (Markopoulos & Kontogeorgaki, 1993; Smit & Düring, 1991). Ils proposent alors d'ajuster le modèle de Nagata en introduisant un facteur de correction de 0,825 dans l'**Équation 2.1** et dans l'**Équation 2.5** afin de s'assurer que la vitesse du fluide soit légèrement plus faible que celle en bout de pale de l'agitateur (Markopoulos & Kontogeorgaki, 1993, 1995; Smit & Düring, 1991). L'**Équation 2.15** présente la correction proposée.

$$\omega = 0,825 * 2\pi N \quad \text{Équation 2.15}$$

Les équations proposées par Nagata sont toutefois limitées à des conditions d'application particulières. D'une part, les fluides utilisés par Nagata étaient tous des fluides newtoniens à faible viscosité ( $\mu \leq 0.5 \text{ Pa.s}$ ). D'autre part, ces équations ont été développées dans des cuves agitées par des turbines classiques (voir **Figure 2.3**). Ces équations ne prédisent pas toujours correctement la forme des vortex développés dans des cuves de mélange (Heniche & Mosser, 2011).

Bien que le modèle de Nagata ne représente pas exactement le comportement de la surface libre dans une cuve de mélange (**Figure 2.2**), il demeure encore le modèle le plus utilisé (Busciglio *et al.*, 2011; Le Lan & Angelino, 1972; Markopoulos & Kontogeorgaki, 1993, 1995; Rieger *et al.*, 1979; Smit & Düring, 1991; Zlokarnik, 2001).

Suite au modèle proposé par Nagata, plusieurs chercheurs se sont interrogés sur la prédiction de la profondeur des vortex dans des systèmes de mélange agités par des mobiles conventionnels de l'époque (Turbine Rushton, Hélice marine et autres).

Dans le but d'exprimer une relation de la profondeur normalisée du vortex dans des cuves de mélange, plusieurs chercheurs ont introduit le nombre de Galilée. Ce nombre adimensionnel représente le ratio entre les forces gravitationnelles et les forces visqueuses, soit donc le ratio entre le carré du nombre de Reynolds et celui de Froude (**Équation 2.16**).

$$Ga = \frac{Re^2}{Fr} \quad \text{Équation 2.16}$$

Ce nombre adimensionnel permet finalement d'évaluer la contribution de la viscosité sur un vortex par rapport aux forces gravitationnelles.

En 1971, Zlokarnik étudie à quelle vitesse l'entraînement d'air commence à se produire dans les cuves de mélange. Il définit cette vitesse comme la vitesse d'entraînement d'air  $Ne$ . Afin de pouvoir déterminer cette vitesse, il fallait qu'il étudie l'évolution de la profondeur du vortex (Zlokarnik, 1971).

De même que Van de Vusse en 1953, Zlokarnik énonce dans son article que la profondeur normalisée du vortex est fonction des nombres de Reynolds et de Froude ainsi que de la position de l'agitateur selon la hauteur du fluide au repos (**Équation 2.17**).

$$\frac{\Delta H_b}{D} = f\left(Re, Fr, \frac{H'}{D}\right) \quad \text{Équation 2.17}$$

La variable  $H'$  représente la hauteur entre le début du mobile et la surface du fluide au repos (Zlokarnik, 1971). Dans cet article, l'auteur propose des équations empiriques capables de prédire la profondeur normalisée des vortex avec une turbine Rushton, une hélice marine et un agitateur grille (**Tableau 2.1**).

À la même période Le Lan et Angelino (1972) ont étudié la formation des vortex dans des cuves sans chicanes agitées avec une turbine Rushton. En se basant sur les constations de Nagata (Nagata *et al.*, 1959; Nagata *et al.*, 1955), Van de Vusse (J.G.v.d Vusse, 1953), Tettamanti (Tettamanti, Havas, & Sawinsky, 1969) et Zlokarnik (Zlokarnik, 1971), ils ont proposé une corrélation empirique permettant de déterminer la profondeur de vortex dans des cuves agitées. Cette corrélation suit une loi non linéaire (**Équation 2.18**) et est utilisée dans ce mémoire dans les sous sections **4.1.3**, **5.1.4** et la section **7.3**.

$$\frac{\Delta H}{D} = C Fr^a Re^b \quad \text{Équation 2.18}$$

La lettre C correspond à un facteur qui dépend de la forme du système de mélange; les lettres a et b correspondent à des constantes (Tettamanti *et al.*, 1969). L'auteur propose aussi une équation empirique permettant de prédire la profondeur du vortex normalisée dans plusieurs volumes de cuves agitées par une turbine Rushton à 6 pales droites (**Tableau 2.1**).

En 1979, Rieger et ses collaborateurs publient une étude sur la profondeur de vortex dans des cuves de mélange sans chicanes. Dans cette étude expérimentale, les auteurs utilisent cinq agitateurs différents et plusieurs configurations géométriques afin de prédire l'évolution de la profondeur des vortex. Pour cela, ils énoncent que la profondeur du vortex normalisée est fonction du nombre de Froude, du nombre de Galilée et de la géométrie du système (**Équation 2.19**).

$$\frac{\Delta H_b}{D} = A Fr^\alpha \quad \text{Équation 2.19}$$

Avec les variables A et  $\alpha$  définies comme suit (**Équation 2.20** et **Équation 2.21**):

$$A = B_1 Ga^{\beta_1} \left( \frac{T}{D} \right)^{\gamma_1} \quad \text{Équation 2.20}$$

$$\alpha = B_2 Ga^{\beta_2} \left( \frac{T}{D} \right)^{\gamma_2} \quad \text{Équation 2.21}$$

Cela permet aux auteurs de proposer deux équations empiriques permettant de prédire la profondeur du vortex. Une équation est valide pour des faibles nombres de Galilée et l'autre est valide pour des grands nombres de Galilée. Chacune de ces équations dépend d'une seule constante **B<sub>1</sub>** ou **B<sub>1</sub>** qui à leur tour, dépend de l'agitateur et des configurations géométriques choisies (**Tableau 2.1**).

**Tableau 2.1:** Différents modèles de prédiction des profondeurs du vortex

Publications	Modèles	Gamme d'application
<b>(J.G.v.d Vusse, 1953)</b>	<u>Hélice marine</u>	
	$\frac{\Delta H_b}{D} = 24FrRe^{-0,8}$	$Re \leq 3000$
	$\frac{\Delta H_b}{D} = 2Fr$	$Re \geq 10^4$
<b>(Zlokarnik, 1971)</b>	<u>Grille</u>	
	$\frac{\Delta H_b}{D} = 20Fr(0,25 - Ga^{-0,19})$	$2,9.10^5 \leq Ga \leq 2,6.10^{11}$
	<u>Rushton à 6 pales droites (RT 6B)</u>	
	$\frac{\Delta H_b}{D} = 62Fr(0,1 - Ga^{-0,18}) \left(\frac{H'}{D}\right)^{-0,16}$	$2,7.10^6 \leq Ga \leq 1,7.10^{10}$
	<u>Hélice marine</u>	
	$\frac{\Delta H_b}{D} = 13,8Fr(0,25 - Ga^{-0,1}) \left(\frac{H'}{D}\right)^{-0,33}$	$1,1.10^8 \leq Ga \leq 1,7.10^{10}$
<b>(Le Lan &amp; Angelino, 1972)</b>	<u>Rushton à 6 pales droites (RT 6B)</u>	
	$\frac{\Delta H_b}{D} = \pi^2 \left( \frac{Re}{3,27Re + 4400} - 0,05 \frac{T}{D} \right) Fr \frac{T}{D}$	$5000 \leq Re \leq 7.10^4$
	$\frac{\Delta H_b}{D} = \bar{B}_1 Ga^{0,33} \left(\frac{T}{D}\right)^{-1,18} Fr^{3,38} Ga^{-0,074} \left(\frac{T}{D}\right)^{0,14}$	$1,2.10^5 \leq Ga \leq 10^8$

<b>(Rieger et al., 1979)</b>	$\frac{\Delta H_b}{D} = B_1 Ga^{0,069} \left(\frac{T}{D}\right)^{-0,38} Fr^{1,14} \left(\frac{Ga}{T/D}\right)^{-0,008}$		$8.10^6 \leq Ga \leq 5.10^{10}$
	<b>Valeurs de <math>B_1</math> et de <math>\bar{B}_1</math> avec <math>\frac{H_0}{D} = 1</math></b>		
	<u>Rushton à 6 pales droites (RT 6B)</u>		
	$\bar{B}_1 = 0,055 \pm 0,002$		$2,6.10^5 \leq Ga \leq 3.10^7$
	$B_1 = 1,51 \pm 0,03$		$3.10^7 \leq Ga \leq 5.10^{10}$
	<u>Turbine à 6 pales droites (FBT 6B)</u>		
	$\bar{B}_1 = 0,073 \pm 0,002$		$4.10^5 \leq Ga \leq 8.10^6$
	$B_1 = 1,52 \pm 0,02$		$8.10^6 \leq Ga \leq 10^{10}$
	<u>Turbine à 6 pales inclinées (PBT 6B)</u>		
	$\bar{B}_1 = 0,037 \pm 0,002$		$5,6.10^5 \leq Ga \leq 10^8$
	$B_1 = 1,13 \pm 0,03$		$10^8 \leq Ga \leq 2.10^{10}$
	<u>Turbine à 3 pales inclinées (PBT 3B)</u>		
	$\bar{B}_1 = 0,019 \pm 0,002$		$1,2.10^5 \leq Ga \leq 10^8$
	$B_1 = 0,84 \pm 0,04$		$10^8 \leq Ga \leq 10^{10}$
	<b>Valeurs de <math>B_1</math> et de <math>\bar{B}_1</math> avec <math>\frac{H_0}{D} = \frac{1}{3}</math></b>		
	<u>Rushton à 6 pales droites (RT 6B)</u>		

	$\bar{B}_1 = 0,046 \pm 0,002$	$3,4.10^5 \leq Ga \leq 3.10^7$
	$B_1 = 1,43 \pm 0,03$	$3.10^7 \leq Ga \leq 5.10^{10}$
	<u>Turbine à 6 pales droites (FBT 6B)</u>	
	$\bar{B}_1 = 0,071 \pm 0,004$	$4,1.10^5 \leq Ga \leq 8.10^6$
	$B_1 = 1,57 \pm 0,03$	$8.10^6 \leq Ga \leq 10^{10}$
	<u>Turbine à 6 pales inclinées (PBT 6B)</u>	
	$\bar{B}_1 = 0,029 \pm 0,002$	$7,5.10^5 \leq Ga \leq 10^8$
	$B_1 = 1,04 \pm 0,02$	$10^8 \leq Ga \leq 2.10^{10}$
	<u>Turbine à 3 pales inclinées (PBT 3B)</u>	
	$\bar{B}_1 = 0,013 \pm 0,001$	$1,2.10^5 \leq Ga \leq 10^8$
	$B_1 = 0,71 \pm 0,03$	$10^8 \leq Ga \leq 10^{10}$
	<b>Autres agitateurs</b>	
	<u>Ancre</u>	
	$\frac{\Delta H_b}{D} = 2,82Fr^{1,07}$	$2.10^7 \leq Ga \leq 6.10^{10}$
<b>(Smit &amp; Düring, 1991)</b>	<u>Deux turbines à 4 pales inclinées en dessous de deux turbines à 2 pales inclinées (2X PBT 4B – 2X PBT 2B)</u>	

	$\frac{\Delta H_b}{D} = 2,2Fr$	$0,02 \leq Fr \leq 0,6$ $\frac{\Delta H_s}{D} = 0,4$
<b>(Markopoulos &amp; Kontogeorgaki, 1993)</b>	<u>Rushton à 6 pales droites (RT 6B)</u>	
	$\frac{\Delta H_b}{D} = 1,6Ga^{0,05}Fr\left(\frac{T}{D}\right)^{-0,1}$	$6,8.10^7 \leq Ga \leq 9,8.10^9$ $0,168 \leq Fr \leq 0,362$
	<u>Turbine à 4 pales inclinées (PBT 4B)</u>	
	$\frac{\Delta H_b}{D} = 1,09Ga^{0,05}Fr\left(\frac{T}{D}\right)^{-0,1}$	$6,8.10^7 \leq Ga \leq 9,8.10^9$ $0,168 \leq Fr \leq 0,46$
	<u>Deux turbines Rushton à 6 pales droites (2X RT 6B)</u>	
	$\frac{\Delta H_b}{D} = 1,67Ga^{0,05}Fr\left(\frac{T}{D}\right)^{-0,1}\left(\frac{\Delta H_s^1}{D}\right)^{-0,054}$	$6,2.10^7 \leq Ga \leq 9,8.10^9$ $0,168 \leq Fr \leq 0,44$ $0,4 \leq \frac{\Delta H_s}{D} \leq 1,25$
	<u>Deux turbines à 4 pales inclinées (2X PBT 4B)</u>	
	$\frac{\Delta H_b}{D} = 1,26Ga^{0,05}Fr\left(\frac{T}{D}\right)^{-0,1}\left(\frac{\Delta H_s}{D}\right)^{-0,054}$	$6,2.10^7 \leq Ga \leq 9,8.10^9$ $0,168 \leq Fr \leq 0,54$ $0,4 \leq \frac{\Delta H_s}{D} \leq 1,25$

---

<sup>1</sup>  $\Delta H_s$  : Différence de hauteur entre le centre du premier agitateur et celui du deuxième; (Markopoulos & Kontogeorgaki, 1995)



	<u>Turbine à 4 pales inclinées en dessous d'une turbine à 6 pales inclinées</u> <u>(PBT 4B - PBT 6B)</u>	
	$\frac{\Delta H_b}{D} = 1,53 Ga^{0,05} Fr \left( \frac{T}{D} \right)^{-0,1} \left( \frac{\Delta H_s}{D} \right)^{-0,054}$	$6,2 \cdot 10^7 \leq Ga \leq 9,8 \cdot 10^9$ $0,168 \leq Fr \leq 0,44$ $0,4 \leq \frac{\Delta H_s}{D} \leq 1,25$
	<u>Turbine Rushton à 6 pales droites en dessous d'une turbine à 4 pales inclinées (RT 6B - PBT 4B)</u>	
	$\frac{\Delta H_b}{D} = 1,52 Ga^{0,05} Fr \left( \frac{T}{D} \right)^{-0,1} \left( \frac{\Delta H_s}{D} \right)^{-0,054}$	$6,2 \cdot 10^7 \leq Ga \leq 9,8 \cdot 10^9$ $0,168 \leq Fr \leq 0,479$ $0,4 \leq \frac{\Delta H_s}{D} \leq 1,25$

Dans les années 1990, des chercheurs se sont encore penchés sur la question de la prédiction du vortex dans des cuves agitées. En plus d'ajouter des corrections mineures au modèle de Nagata, Smit et ses collaborateurs (Smit & Düring, 1991) et Markopoulos et ses collaborateurs (Markopoulos & Kontogeorgaki, 1993, 1995) proposent des nouvelles équations empiriques pour prédire la profondeur des vortex normalisée avec d'autres systèmes d'agitateurs (**Tableau 2.1**).

Récemment, Busciglio et ses collaborateurs (2011) ont proposé une autre correction au modèle de Nagata. Le montage expérimental consistait d'une cuve de mélange cylindrique sans chicanes avec une turbine Rushton ( $D = T/3$ ). En utilisant le concept du nombre de Froude critique (Rieger *et al.*, 1979), les auteurs proposent une correction (**Équation 2.22**) à l'**Équation 2.12** du modèle de Nagata.

$$r \leq r_c ; \quad z = H_b + \left( \frac{12g}{\omega} \right)^4 \frac{r^4}{r_c^3} \quad \text{Équation 2.22}$$

Cette correction permet l'extension du modèle de Nagata au-delà de la valeur du nombre de Froude critique dans des opérations de mélange avec des vortex prononcés (Busciglio *et al.*, 2011).

Toutefois, toutes les corrections et modèles empiriques proposés sur les vortex ont été trouvés et validés en observant expérimentalement l'évolution de la forme des vortex dans des cuves de mélange. Ainsi, une revue des méthodes existantes sur la visualisation des vortex dans des cuves agitées est nécessaire.

## **2.2 Méthodes de mesure expérimentales**

Il existe de nombreuses méthodes expérimentales permettant de capturer et extraire les champs des vitesses et les patrons d'écoulement d'un système de mélange (LDV, PIV, LIF, Tomographie et bien d'autres (Mavros, 2001)).

Cependant, la détection du vortex dans des cuves de mélange est plus limitée en termes de méthodes expérimentales. En effet, il existe quelques méthodes intrusives et non-intrusives qui permettent de repérer et caractériser la forme des vortex avec différents degrés de précision.

Cette section se divise donc en deux parties : les méthodes intrusives et les méthodes non-intrusives. Dans chacune de ces sous-sections, les méthodes existantes et mises en place seront expliquées et discutées.

### **2.2.1 Méthodes intrusives**

Une méthode expérimentale intrusive implique l'insertion d'un objet à l'intérieur du volume de fluide à l'étude. Cette insertion provoque une perturbation significative ou non de l'écoulement du fluide dans la cuve de mélange. Deux méthodes intrusives utilisées pour caractériser la forme des vortex se distinguent : la détection par objets flottants et celles par des sondes conductimétriques.

#### **2.2.1.1 Détection par des objets flottants**

Une méthode très simple permettant de capturer le profil de la surface est celle par objets flottants. Il suffit d'ajuster plusieurs petits flotteurs fixés sur le plan  $r\theta$  et libres sur la dimension  $z$ , disposés sur plusieurs valeurs du rayon de la cuve de mélange. Chacun de ces objets est fixé à

une tige qui glisse vers le haut ou vers le bas sur une base commune qui tient l'ensemble des tiges droites. Chacune de ces tiges est graduée pour permettre d'estimer la hauteur de la surface libre du fluide à une certaine position dans la cuve. Ciofalo et ses collaborateurs utilisent cette méthode afin de visualiser et valider la forme de la surface libre dans la cuve de mélange (Ciofalo, Brucato, Grisafi, & Torraca, 1996).

### **2.2.1.2 Détection par conductimétrie**

Il est aussi possible de mesurer la variation de hauteur de la surface libre avec des variations de courant. En effet, la méthode de la conductimétrie consiste à plonger une sonde conductimétrique sous forme de tige à une certaine profondeur du volume de fluide conducteur et à plusieurs endroits dans la cuve (Le Lan & Angelino, 1972). En comparant les valeurs de conductivité mesurées aux différents endroits de la cuve avec une valeur de référence, il est possible de corréler la variation de conductivité avec la variation de hauteur dans le fluide à certains endroits précis dans la cuve de mélange (Jahoda, Mostek, Fort, & Hasal, 2011). En 2001, Serra et ses collaborateurs ont étudié un écoulement turbulent dans un réacteur CSTR avec une surface libre (Serra, Campolo, & Soldati, 2001), qu'ils mesurent avec une méthode conductimétrique légèrement intrusive (Bertolaccini, 1998; Paglianti, Pintus, & Giona, 2000; Serra *et al.*, 2001). Cette méthode consiste à avoir une électrode interne fixée à l'axe de rotation et un anneau d'électrodes externes fixées aux parois de la cuve.

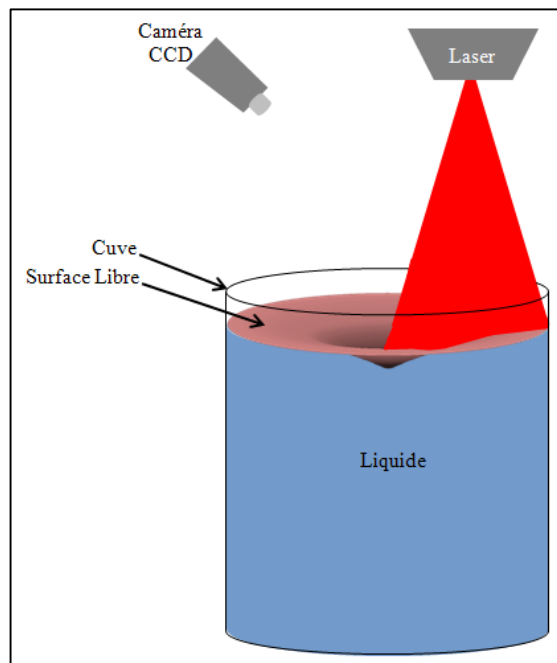
## **2.2.2 Méthodes non-intrusives**

Contrairement aux méthodes intrusives, les méthodes non-intrusives ne perturbent en rien l'écoulement du fluide dans la cuve de mélange. Ces méthodes capturent la surface libre depuis l'extérieur du volume de fluide. Il est possible de détecter la formation du vortex avec des méthodes optiques qui sont présentées par la suite.

### **2.2.2.1 Détection par laser**

À présent, la seule méthode non-intrusive qui détecte la surface libre depuis le haut d'une cuve de mélange est celle qui utilise un faisceau laser et une caméra CCD (Dular, Bajcar, Slemenik-Perse, Zumer, & Sirok, 2006). Cette méthode dispose d'un faisceau laser et d'un récepteur à transferts de charge. Le principe de cette méthode repose sur la mise en valeur du

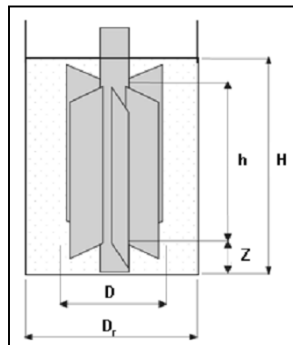
contour supérieur d'une coupe verticale de la surface libre, qui est repérée par une caméra CCD (**Figure 2.4**).



**Figure 2.4:** Principe de la méthode du faisceau laser

Une fois le profil visualisé par la caméra, cette dernière triangule les coordonnées spatiales des points du profil. Afin d'analyser les données, il faut les traiter et les inscrire dans le domaine spatial désiré.

En 2006, Dular et ses collaborateurs ont utilisé ce principe dans le but d'étudier la performance d'un agitateur (**Figure 2.5**) dans un système avec de l'entraînement d'air (Dular *et al.*, 2006)



**Figure 2.5:** Agitateur utilisé par Dular *et al.* (2006)

Très récemment, Bouffard et ses collaborateurs (2012) ont utilisé un profileur laser avec une caméra CCD intégrée dans le même outil pour étudier l'évolution de la cohésion des particules de polymère dans une plaque tournante (Bouffard, Bertrand, Chaouki, & Giasson, 2012; Bouffard, Cabana, Bertrand, & Chaouki, 2012). Ce même outil expérimental est utilisé dans ce mémoire comme la base d'une des trois méthodes expérimentales étudiées et proposées (voir Chapitre 5).

#### **2.2.2.2 Détection par photographie**

La visualisation d'une cuve de mélange par photographie est une méthode qui date depuis les études de J.H. Rushton et de Nagata (Nagata *et al.*, 1959; Nagata *et al.*, 1955; Rushton *et al.*, 1950). Ce principe repose sur la visualisation du volume de fluide du côté d'une cuve transparente remplie avec un fluide transparent. Afin de visualiser juste le contenu de la cuve, un diffuseur opaque de lumière est installé au côté opposé de la cuve. Cette méthode très efficace permet de visualiser les champs de vitesses, calculer les temps de mélange, visualiser les effets de cavernes ou de zones mortes et ainsi que repérer et caractériser la formation des vortex. De nombreux auteurs ont utilisé et utilisent encore cette méthode dans des cuves de mélange (Brennan & Lehrer, 1976; Busciglio *et al.*, 2011; J. N. Haque *et al.*, 2011; J.N. Haque, Mahmud, Roberts, & Rhodes, 2006; Mahmud, Haque, Roberts, Rhodes, & Wilkinson, 2009; Nagata *et al.*, 1959; Nagata *et al.*, 1955; Torre, Fletcher, Lasuye, & Xuereb, 2007a, 2007b; J.G.v.d Vusse, 1953; Zlokarnik, 1971).

Il est aussi important de rappeler que plusieurs auteurs ont fait l'étude de la profondeur et non celle de la forme du vortex (Brennan & Lehrer, 1976; Busciglio *et al.*, 2011; Le Lan & Angelino, 1972; Rieger *et al.*, 1979; J.G.v.d Vusse, 1953; Zlokarnik, 1971). Ces auteurs ont inséré des graduations au niveau de l'axe de rotation ainsi que sur les parois de la cuve de mélange afin de connaître la profondeur du vortex et la hauteur de fluide à la paroi.

Il existe aussi d'autres méthodes déjà mises en place dans d'autres applications qui pourraient être implémentées dans le domaine de la formation des vortex dans des cuves de mélange.

La photogrammétrie ou vidéogrammétrie en est un exemple. Cette méthode repose sur le principe de visualiser un domaine volumique avec deux appareils photographiques géo référencés et d'en déduire les coordonnées tridimensionnelles du domaine (Egels, 2001; Kraus & Stewardson,

1997; Kraus & Waldhäusl, 1998). Bien que cette méthode est utilisée surtout dans la géomatique, il existe déjà certains logiciels qui sont en mesure d'extraire la coordonnée de profondeur d'un objet photographié depuis une distance courte (Höhle, 1997; Linder, 2003; Yao & Wu, 2005).

Un autre principe qui s'avère très intéressant est celui des longueurs d'ondes émises d'un projecteur sur un objet tridimensionnel et visualisées par une caméra (Bouguet & Perona, 2009). Les signaux harmoniques sont ensuite traités et interprétés par un logiciel d'analyse spectrale. La profondeur est finalement récupérée après une triangulation des coordonnées.

Il serait aussi possible de détecter la forme du vortex en incorporant des capteurs de pression statique au fond de la cuve. Ces capteurs, reliés à un ordinateur, donneraient des mesures de pression dépendamment du niveau de liquide dans la cuve. Cette méthode n'a pas été mise en place au cours de cette étude car elle relevait des défis tant sur le plan économique que sur le plan de la mise en place.

Toutefois, les méthodes expérimentales ne peuvent pas toujours fournir des résultats à haute précision dans le cas de mélanges complexes. Pour remédier à ce problème, plusieurs auteurs ont recours à la simulation numérique avec des conditions de surface libre.

## **2.3 Méthodes de prédiction par simulation numérique dans les cuves agitées**

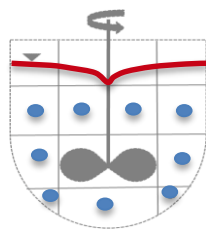
À notre connaissance, la simulation numérique dans des cuves de mélange avec une condition de surface libre débute en 1996 avec l'article de Ciofalo et ses collaborateurs (Ciofalo *et al.*, 1996). Depuis ces travaux, il existe de nombreuses méthodes numériques qui permettent d'inclure la déformation des surfaces libres dans les résolutions des problèmes de mélange. Chacune de ces méthodes dispose toutefois des avantages ainsi que des inconvénients en termes de temps de calcul, précision ou même versatilité. Afin d'implémenter ces méthodes, il faut d'abord savoir que ces dernières sont divisées en trois familles d'approches différentes : les méthodes à grilles fixe (eulérienne), celles à grille mobile (lagrangienne) et celles sans grille (*'Meshfree methods'*). C'est pour cela que chaque méthode sera présentée brièvement dans la sous-section correspondant à sa famille d'approche.

### 2.3.1 Méthodes à grille fixe

Les méthodes à grille fixe ou eulériennes disposent d'un maillage qui demeure fixe dans le temps. Deux méthodes à maillage fixe seront sujet de discussion dans ce mémoire : la méthode de marqueurs et cellules (MAC) et la méthode des volumes de fluide (VOF)

#### 2.3.1.1 MAC

La méthode des marqueurs et cellules (MAC) est développée en 1965 par des chercheurs du laboratoire national Los Alamos (Harlow & Welch, 1965). Cette méthode se base sur le repérage de marqueurs dans des cellules déjà spécifiées. Il y a deux catégories de cellules : celles avec et celles sans marqueurs (**Figure 2.6**).



**Figure 2.6:** Méthode MAC

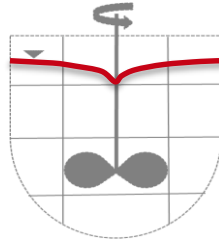
La surface libre est alors définie lorsque une cellule avec des marqueurs a au moins une cellule sans marqueurs autour d'elle (Harlow & Welch, 1965). Grâce à cette définition la surface est très simple à repérer. Cette méthode dispose toutefois de nombreux inconvénients. En effet, elle demande des temps de calcul énormes, elle peut subir un phénomène de pertes de particules en dehors du domaine et la précision du niveau du liquide dépend directement de l'erreur de la taille des mailles.

Au cours des années, d'autres méthodes comme celle des marqueurs simplifiées (SMAC) par (Amsden & Harlow, 1970) ou celle généralisée (GENSMAC) par (Tome & Mckee, 1994) sont apparues afin de diversifier les applications et diminuer les temps de calcul de MAC. Due à la présence d'agitateurs (parties mobiles dans le maillage), cette méthode ne demeure encore pas utilisée dans des cuves de mélanges.

#### 2.3.1.2 VOF

En 1981 des chercheurs du même laboratoire de recherche de Los Alamos présentent une nouvelle méthode : celle des volumes de fluide (VOF) (Hirt & Nichols, 1981). Inspirée de la

Méthode MAC, cette méthode dispose de trois catégories de cellules volumiques, chacune affectée par une fraction de volume  $F$ . Il y a les cellules vides avec une fraction  $F$  nulle, celles remplies de fluide avec une fraction  $F$  égale à 1 et celles représentant l'interface entre les deux autres (surface libre) avec une fraction  $F$  comprise entre 0 et 1. L'ajout de cette fraction de volume  $F$  permet alors de localiser les cellules surface et de déterminer la pente de la surface libre dans chacune des cellules afin d'améliorer sa précision (**Figure 2.7**).



**Figure 2.7:** Méthode VOF

Au cours des années, de nombreux auteurs ont utilisé cette méthode et/ou des variantes dans la simulation de problèmes avec une déformation de la surface libre (J. N. Haque *et al.*, 2011; J.N. Haque *et al.*, 2006; Jahoda *et al.*, 2011; Mahmud *et al.*, 2009; Serra *et al.*, 2001; Torre *et al.*, 2007a, 2007b). Même si cette méthode est la plus documentée et la plus utilisée dans des cuves de mélange actuellement, la stabilité numérique est un problème qui amène la résolution des EDP à des temps de calcul assez importants (J.N. Haque *et al.*, 2006; Heniche & Mosser, 2011; Jahoda *et al.*, 2011; Mahmud *et al.*, 2009; Torre *et al.*, 2007b). En effet, les études réalisées par Torré *et al.* (2007), Mahmud *et al.* (2009) et Jahoda *et al.* (2011) demandaient respectivement des temps de calcul d'environ 68 jours, 250 heures et 200 heures pour quelques secondes de simulation.

### 2.3.2 Méthodes à grille mobile

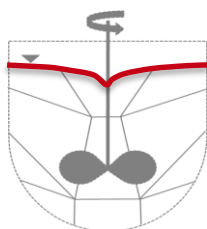
Les méthodes à grille mobile ou Lagrangienne sont des méthodes dont leur maillage se déplace avec le fluide (Heniche, 1995). C'est-à-dire que les mailles se déforment avec le déplacement du fluide de façon à toujours contenir la même matière (Bavay, 2002). Cette méthode est plus économique en termes de temps de calcul que les méthodes à maillage fixe car le maillage doit être fait juste lors de l'initialisation du problème. Cependant, les méthodes lagrangiennes ne supportent pas de trop grandes déformations (Landau & Lifshits, 1987).



Deux méthodes à maillage Lagrangien sont présentées dans cette sous-section : la méthode à maillage adaptatif (ALE) et celle de la fonction hauteur du fluide (HLF).

### 2.3.2.1 ALE

La méthode au maillage adaptatif (ALE) est très utilisée dans les simulations ayant des grandes déformations par cisaillement comme les problèmes dans la mécanique de fluides (Kucharik, Liska, Vachal, & Shashkov, 2006). Comme le montre la **Figure 2.8**, cette méthode dispose d'un pas de temps de Lagrangien avec un maillage qui se déplace avec le fluide (Heniche, 1995). Au cours de la simulation, il y a toutefois d'abord une étape d'adaptation du maillage afin de garder une bonne qualité de la solution puis une étape de remaillage afin de transférer la solution du vieux maillage dans le nouveau (Hirt, Amsden, & Cook, 1974).



**Figure 2.8:** Méthode ALE

Ainsi, avec cette méthode la précision de la position de la surface libre est très bonne bien qu'elle ne gère pas bien les interfaces complexes et qu'il soit nécessaire de remailler le domaine continuellement. Pour ces raisons, cette méthode n'est pas utilisée actuellement dans des cuves de mélange.

### 2.3.2.2 HLF

La méthode de la fonction hauteur du fluide (HLF) est une méthode qui repose sur une analyse du système en fonction de plusieurs colonnes de fluide préalablement maillées. Beaucoup moins coûteuse en temps de calcul machine, cette méthode présente une excellente alternative aux modèles de VOF, MAC et ALE (Heniche & Mosser, 2011). Une des premières études de surfaces libres dans des cuves agitées utilise cette méthode (Ciofalo *et al.*, 1996). Toutefois, Ciofalo et ses collaborateurs ont développé une méthode HLF découplée, impliquant que la méthodologie de calcul de la surface libre n'était pas intégrée dans le solveur des champs de vitesse.

Un modèle HLF couplé est proposé par Heniche (1995) et Heniche et Mosser (2011). Dans ce modèle, les équations de Navier Stokes sont solutionnées en même temps que l'équation modifiée de la divergence du débit volumétrique spécifique (Heniche & Mosser, 2011).

### 2.3.3 Autres méthodes

Les méthodes sans maillage ne dépendent pas du maillage d'un domaine mais des particules présentes dans ce dernier. En effet, ces méthodes ne disposent que d'une distribution des types de particules dans un domaine d'étude (Liu, 2009). Les méthodes sans maillage sont très nombreuses et variées et sont implémentées dans des problèmes disposant des géométries complexes, des discontinuités dans le domaine, des très grandes déformations et bien d'autres.

La méthode la plus connue et utilisée est la méthode SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamics*). La méthode SPH a été développée en 1977 dans le but de traiter des problèmes d'astrophysique (Gingold & Monaghan, 1977; Lucy, 1977). Avec les années, cette méthode est arrivée à traiter des problèmes de mécanique des fluides (Fang, Parriaux, Rentschler, & Ancey, 2009; Monaghan, 1994). La méthode SPH est une méthode Lagrangienne sans maillage. Toutefois, il existe encore de nombreux problèmes de précision de la position des particules ainsi qu'une instabilité des contraintes de cisaillement.

Il existe aussi une autre classe dans les méthodes de CFD : la méthode de lattice Boltzmann (IBM). Développée en 1988 par les chercheurs McNamara et Zanetti (McNamara & Zanetti, 1988), cette méthode permet de simuler l'écoulement des fluides en résolvant l'équation de Boltzmann couplée avec des modèles de collision des lattices (Ginzburg & Steiner, 2003; Kuo & Chen, 2009; Thurey, Pohl, Rude, Ochsner, & Korner, 2006).

En 2008, Kroener applique cette méthode pour détecter la surface libre dans un domaine avec deux phases (Koerner, 2008). En se basant sur le même principe de la fraction de volume de fluide de VOF, les auteurs réussissent à appliquer les lois de conservation globales (masse et moment) sur les cellules interface et à les identifier.

Bien que très prometteuse, cette méthode n'assure pas une convergence de la solution et a besoin d'une réinitialisation des cellules à chaque pas de temps.

## 2.4 Problématique et objectifs spécifiques

Cette revue de littérature couvre la théorie des vortex depuis leurs premières études publiées et survole quelques méthodes expérimentales et numériques pouvant permettre de caractériser la forme de la surface libre dans des cuves agitées. Toutefois, un besoin de plus d'études se dégage des différentes méthodes expérimentales. En effet, la plupart des méthodes présentées ne sont pas applicables dans un milieu industriel où les cuves de mélange ne sont pas transparentes et la surface de fluide est juste visualisable depuis le haut de la cuve. L'ouvrage de Nagata (1975) propose des équations de profil de vortex dans des cuves agitées qui ont marqué l'histoire des vortex. Toutefois, les conditions d'application de ces équations sont très limitées. Ces derniers constats permettent donc de développer la problématique suivante :

***Développer et évaluer l'applicabilité de méthodes expérimentales pouvant déterminer la forme de la surface libre depuis le haut d'une cuve de mélange?***

Dans le but de répondre à cet objectif, les objectifs spécifiques suivants sont définis :

1. Développer une méthode expérimentale permettant de détecter la surface libre tridimensionnelle avec une photographie du haut de la cuve.
2. Mettre en place une méthodologie pour capturer le profil de la surface libre avec le profileur laser tel qu'utilisé par (Bouffard, Bertrand, *et al.*, 2012).
3. Mettre en place une méthodologie pour capturer le profil de la surface libre en observant le côté de la cuve.
4. Évaluer l'applicabilité des méthodes développées avec le modèle de Nagata.

## CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE

Dans le but de répondre aux objectifs, la démarche suivante a été adoptée :

1. Mise en place d'une formulation de fluide d'étude permettant de réaliser des expériences avec des méthodes expérimentales optiques (sections 3.3 à 3.5).
2. Mise en place des méthodes optiques permettant de capturer la surface libre depuis le côté (section 3.3) et le haut de la cuve (sections 3.4 et 3.5).
3. Détection et calibration des profils de surface libre dans un système de mélange donné.
4. Analyse comparative des résultats des diverses méthodes par rapport à un modèle théorique reconnu (Nagata, 1975).

### 3.1 Montage expérimental

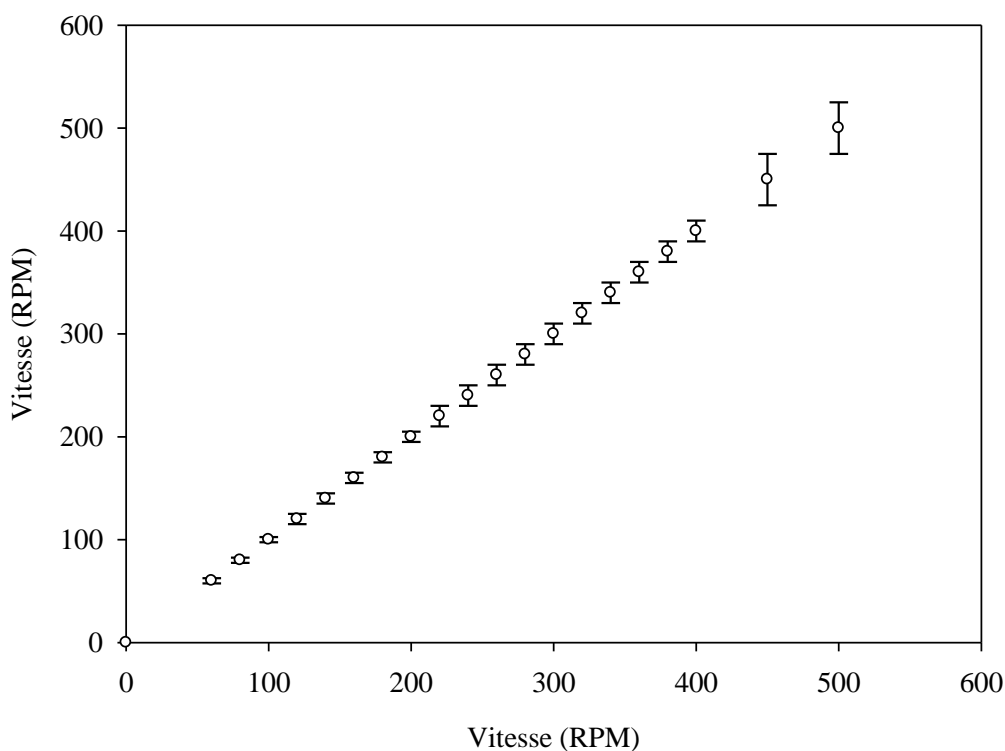
Dans cette section, le système de mélange utilisé commun à toutes les expériences est décrit dans le **Tableau 3.1**. Ce montage se compose d'une cuve de mélange en verre de 2 litres, d'une plaque d'agitation magnétique (CORNING PC 420D), d'un agitateur magnétique droit ( $D \approx 0,6T$  et  $C = 0$ ) et d'une boîte en plexiglas.

**Tableau 3.1:** Caractéristiques du système de mélange

Composants	Dimensions (m)
Cuve	$T = 0,128$
	Épaisseur = 0,002
	$H_{\text{cuve}} = 0,19$
Boîte en plexiglas	$H_{\text{boîte}} = 0,215$
	$L = E = 0,24$
Agitateur magnétique droit	$D = 0,076$

Parmi les composants de ce système de mélange, la plaque d'agitation dispose d'une gamme d'incertitudes non négligeables lors du choix des vitesses (**Figure 3.1**). En effet, des

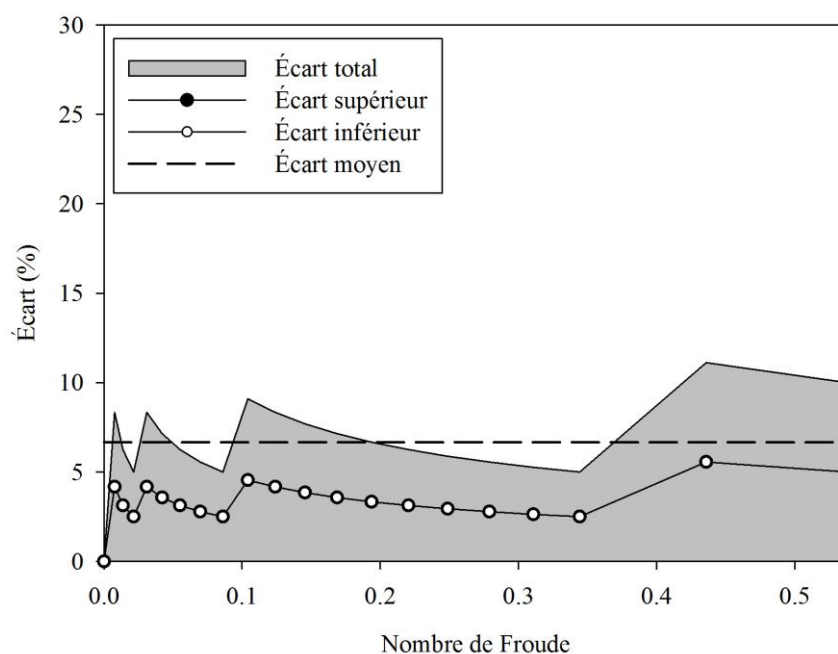
incertitudes importantes sont présentes selon la vitesse demandée à la plaque d'agitation CORNING. En plus, l'incertitude est proportionnelle à la vitesse demandée et varie entre 5 et 11,11 % (**Figure 3.2**).



**Figure 3.1:** Erreurs relatives de la mesure des vitesses

En effet, dans la **Figure 3.2**, l'écart supérieur et inférieur des vitesses sont superposés. L'addition de ces derniers permet de retrouver un écart total et un écart moyen sur les vitesses imposées au cours des expériences.

Compte tenu du fait que l'agitateur est lié à la plaque d'agitation par des forces électromagnétiques, il est important de remarquer les vortex générés ne sont pas tout à fait symétriques. Ce phénomène de détachement de l'agitateur engendre des erreurs additionnelles significatives par rapport aux expériences de Nagata (1955).



**Figure 3.2:** Erreurs de mesure de vitesse de la plaque d'agitation

D'autres instruments et équipements ont été utilisés spécifiquement pour quelques méthodes et sont donc traités dans les sections respectives aux méthodes.

## 3.2 Fluides utilisés

Les deux fluides utilisés pour la réalisation des expériences sont des fluides newtoniens à faible viscosité. Un des fluides utilisés était de l'eau distillée (méthode de la photographie latérale) et ne sera donc pas détaillé dans cette section. L'autre fluide était de l'eau avec une faible addition volumique de peinture blanche à base d'eau, de colorant noir industriel et d'eau de Javel (**Tableau 3.2**).

**Tableau 3.2:** Proportions et propriétés des composants du fluide utilisé

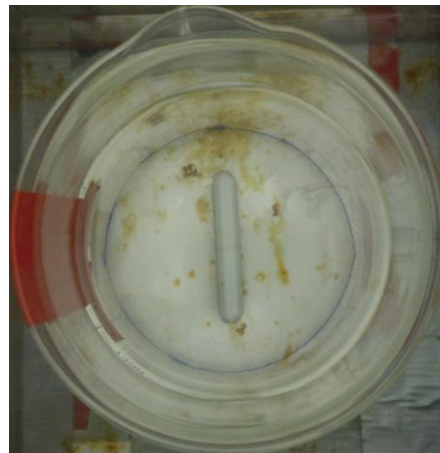
Composants	Volume (L)	% Vol	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	% Mass	$\mu$ (Pa.s)
Eau	1,488	0,9920	1000	0,9902	0,001
Peinture	0,01	0,0067	1250	0,0083	1,5
Colorant Q	0,001	0,0007	1195	0,0008	0,966
NaHClO <sub>3</sub> (4% vol)	0,001	0,0007	1060	0,0007	-
<b>Total</b>	1,500 ± 2ml	1,0000	1002,3	1,0000	0,0011

Comme l'eau est transparente (**Figure 3.3**), un colorant a été introduit afin d'exploiter les méthodes optiques non-intrusives retenues (section 3.4 et 3.5) pour détecter des vortex depuis le haut de la cuve de mélange. Ceci est indispensable pour capter l'interface entre le fluide et l'air. À titre de colorant, de la peinture blanche à base d'eau a été choisie pour plusieurs raisons (SICO-247420, 2010) :

1. Stabilité reconnue par le fabricant;
2. Propriétés de dispersibilité : le produit est facilement dispersible dans l'eau froide;
3. Vitesse d'évaporation faible (0,05 par rapport à l'acétate de butyle);
4. Présence de 10 à 30% vol de dioxyde de titane ( $\text{TiO}_2$ );

Le dioxyde de titane est un composé qui dispose d'un index de réfraction (2,55-2,73 par rapport au vide) et d'un degré de transparence élevés (DUPONT, 2007). Ceci permet alors d'avoir un fluide d'étude opaque et réfléchissant sans grand ajout de peinture (moins de 1% vol).

5. Pression de vapeur faible (25 mm Hg) et densité de vapeur élevée (plus lourde que l'air)



**Figure 3.3:** Système de mélange avec de l'eau

Du colorant noir industriel (SICO-FS-Q837610, 2011; SICO-FT-1872, 2011) a été ajouté à la formulation du fluide d'étude afin de réduire la concentration de peinture blanche au fond du vortex développé pendant les expériences. À cause de la force centrifuge de l'agitation, la zone du fond du vortex avait une concentration de peinture blanche plus élevée que dans les autres zones. Cet effet induisait des pics d'erreur lors des expériences avec la méthode de l'échelle des gris (section 3.5). L'ajout du colorant noir a permis de réduire la zone des erreurs.

L'eau de Javel ajoutée dans le fluide d'étude n'a pas de raisons d'améliorer les propriétés optiques du fluide mais permet simplement de le conserver plus longtemps sans qu'il ne se dégrade.

Les masses volumiques ont été mesurées avec des éprouvettes graduées de 10 ml dans une balance APX 402 (Denver Instrument). La viscosité de la peinture (SICO-247420, 2010; SICO-FT20060308, 2010) et celle du colorant noir (SICO-FS-Q837610, 2011; SICO-FT-1872, 2011) ont été données par le fabricant SICO (voir **Tableau 3.2**).

### **3.3 Méthode de caractérisation du vortex 1 : Photographie latérale**

#### **3.3.1 Description de la méthode**

Cette méthode consiste à regarder la formation des vortex dans une cuve avec un fluide et des parois transparents (Busciglio *et al.*, 2011). Une lumière est disposée à l'arrière de la cuve et la capture des données se fait à l'avant de la cuve. Bien que très utile, elle est souvent utilisée juste en milieu de laboratoire car elle a besoin du facteur de translucidité des parois de la cuve, paramètre rarement présent en industrie.

#### **3.3.2 Instrumentation**

En plus des composantes du système de mélange, les outils suivants ont été utilisés pour réaliser les visualisations expérimentales:

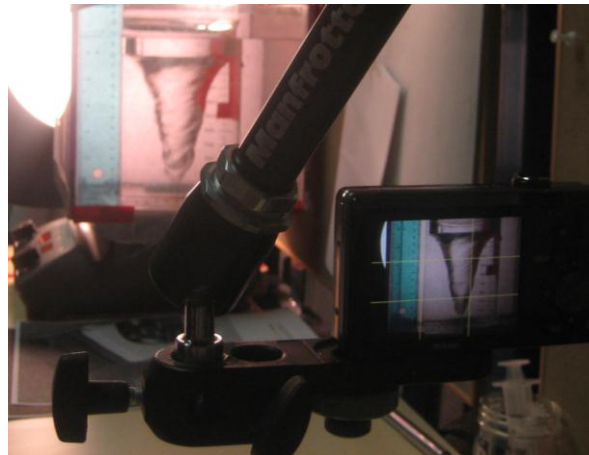
- Caméra NIKON COOLPIX S6000 avec une lentille NIKKOR 7X WIDE OPTICAL ZOOM ED VR (5,0 – 35,0 mm / 1 :3,7 – 5,6).
- Bras hydraulique MANFROTTO 244.
- Lampe avec ampoule type A 250 W.
- Papier HP PREM MATTE PHOTO PAPER.
- Règle transparente de 40 cm.



### 3.3.3 Procédure

#### 3.3.3.1 Disposition des composants du système

Afin de visualiser la formation du vortex dans la cuve d'un point de vue latéral, du papier a été fixé sur le côté éloigné de la boîte en plexiglas. Compte tenu du fait que les propriétés du fluide d'étude sont très similaires à celles de l'eau à 20°C ( $\Delta\mu \approx 10\%$  et  $\Delta\rho \approx 0,23\%$ ), le fluide utilisé pour cette méthode est de l'eau. La cuve est placée au milieu de la boîte en plexiglas, qui à son tour est remplie d'eau afin d'annuler l'effet de courbure des parois de la cuve cylindrique. Une règle de mesure est disposée à côté de la cuve sur le plan de la projection orthogonal de la visualisation. Finalement la caméra est fixée sur le bras hydraulique de façon à visualiser le système de mélange (**Figure 3.4**).



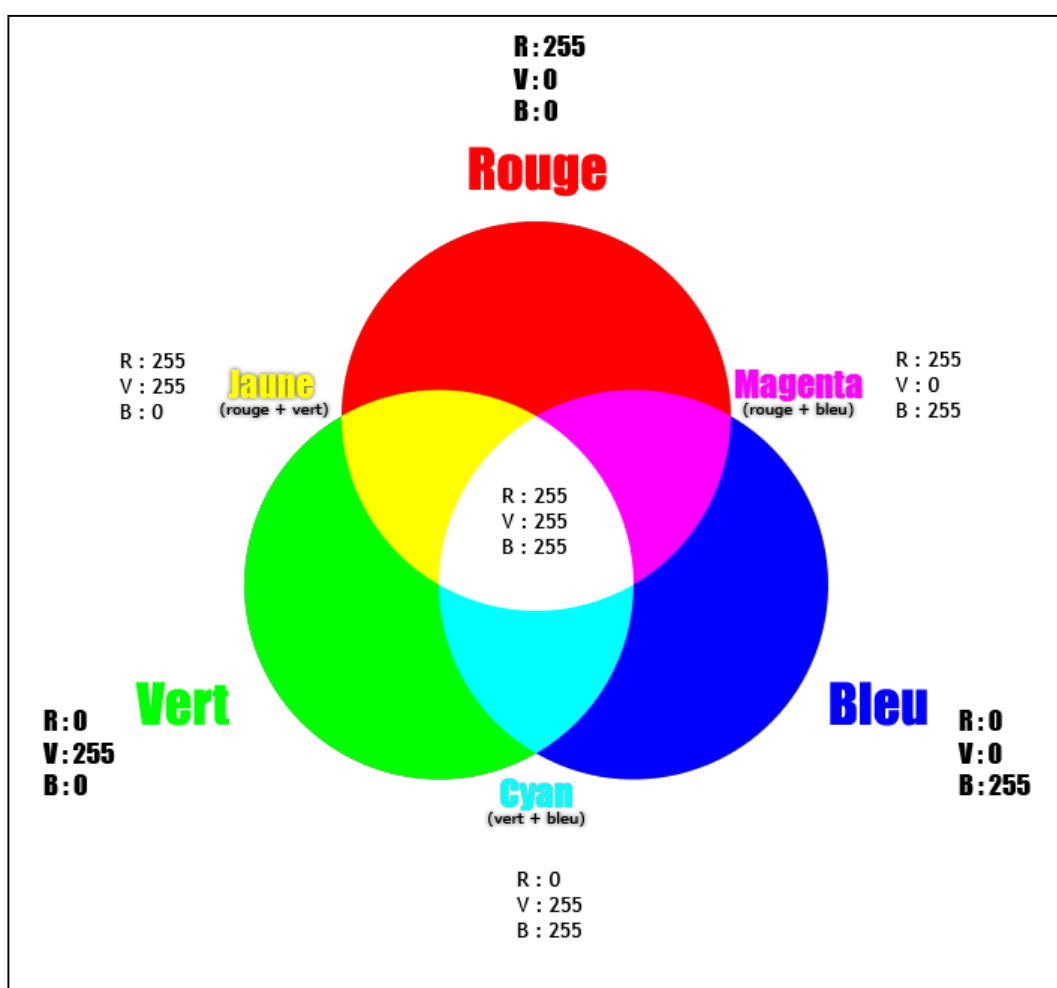
**Figure 3.4:** Photographie Latérale - Montage expérimental

#### 3.3.3.2 Transformation et traitement des images

Suite à la prise de vidéos avec la caméra NIKON, la transformation de ces données se divise en plusieurs étapes :

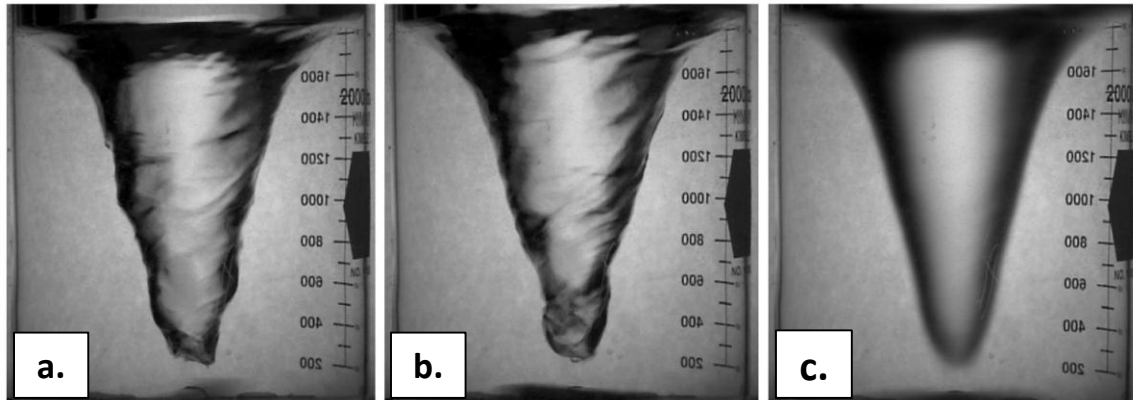
1. Le film (\*.MOV) est décomposée en images sauvegardées en format numérique JPEG (1 seconde  $\approx$  30 images) à l'aide du logiciel *ImageGrab 5.0.6*.
2. Les fichiers JPEG sont convertis au format PPM ASCII en utilisant le logiciel *XnView 1.97.8*.

Un fichier PPM ASCII contient l'information des couleurs des pixels présents dans une image. Il contient l'identification de l'image (couramment représentée par le nom 'P6' ou 'P3'), les dimensions en pixels de l'image (1280x720 pixels), la valeur maximale du code de couleur (255) ainsi les valeurs **RVB** de chaque pixel de l'image. En effet, chaque pixel est défini selon un vecteur à trois dimensions : (**R**ouge, **V**erte, **B**leu). En observant la **Figure 3.5**, un pixel rouge a comme vecteur (255,0,0), un pixel vert a comme vecteur (0,255,0) et un pixel bleu a comme vecteur (0,0,255). Les couleurs blanc et noir correspondent respectivement aux vecteurs (255,255,255) et (0,0,0). En utilisant ce code de couleur **RVB**, il est donc possible d'identifier  $255^3$  couleurs différentes.



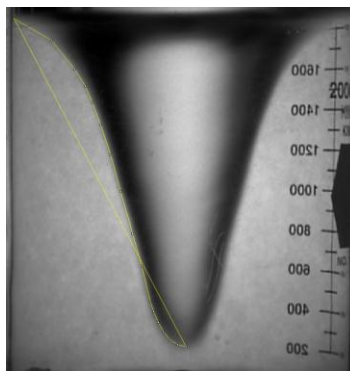
**Figure 3.5:** Diagramme colorimétrique du domaine vectoriel de couleur **RVB**

3. Un code FORTRAN 77/90 (IMAGE.EXE) a été développé afin d'obtenir une valeur moyenne de luminescence par pixel traité sur une série de 300 images (voir annexe 2). Le résultat est une image moyenne de la forme du vortex (**Figure 3.6**).



**Figure 3.6:** Résultat du code IMAGE (**a.** Image au  $X^{\text{ème}}$  ips; **b.** Image au  $Y^{\text{ème}}$  ips; **c.** Image moyenne sur 300 images)

4. L'image moyenne est ensuite convertie en format JPEG à l'aide du logiciel *XnView 1.97.8*.
5. L'angle d'inclinaison de l'image est ajusté de  $+0,8^\circ$  vers la droite afin d'assurer le parallélisme entre l'horizon de l'image et une référence horizontale (logiciel utilisé : *ACDSee v.12.0*).
6. Les coordonnées du profil de la surface libre sont extraites à l'aide du logiciel *ImageJ 1.45s* (voir **Figure 3.7**).



**Figure 3.7:** Extraction des coordonnées du profil de surface libre

7. Les numéros des pixels extraits sont géo-référencés dans l'espace rz par rapport aux extrêmes de hauteur du vortex.

### **3.4 Méthode de caractérisation du vortex 2: Faisceau laser**

#### **3.4.1 Description de la méthode**

La méthode du faisceau est plus complexe à mettre en place et à utiliser que la méthode par photographie latérale. En effet, elle consiste à observer la cuve de mélange depuis le haut. Le laser émet un faisceau rouge qui est dirigé vers le vortex formé. Ce faisceau est ensuite récupéré par le capteur optique de l'instrument, qui triangule sa position spatiale.

#### **3.4.2 Instrumentation**

En plus du système de mélange, les instruments et équipements nécessaires à la réalisation de cette méthode sont les suivants :

- Faisceau Laser Micro-Epsilon (model 2800 LLT SCAN CONTROL, longueur d'onde  $\lambda = 655\text{nm}$ ,  $P \leq 15\text{mW}$ ,  $E \leq 70\text{W/m}^2$ )
- Bras hydraulique MANFROTTO 244.

#### **3.4.3 Procédure**

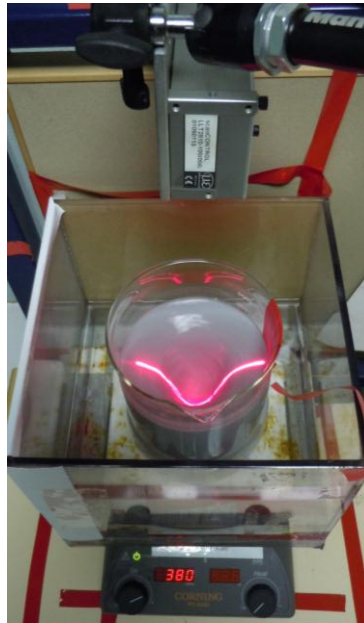
##### **3.4.3.1 Disposition des composants dans le système**

La cuve de mélange est initialement remplie d'eau (méthode 1). Pour passer à la méthode 2 il faut donc passer de l'eau au fluide d'étude. En effet, il suffit d'enlever 12ml aux 1500 ml initiaux et les remplacer par les autres fluides (peinture, colorant et eau de Javel). De cette façon la cuve ne se déplace pas du centre de la boîte en plexiglas.

##### **3.4.3.2 Positionnement spatial**

Le positionnement spatial du faisceau laser est d'une importance capitale pour assurer une bonne précision des mesures. En effet, à cause des propriétés réfléchives et réfractives des fluides et à la forme du vortex, il est essentiel de disposer le récepteur à transferts de charge (CCD) intégré

dans cet instrument parallèlement à la surface du fluide au repos, tout en centrant le faisceau du laser avec le centre du vortex (**Figure 3.8**).



**Figure 3.8:** Faisceau Laser - Montage expérimental

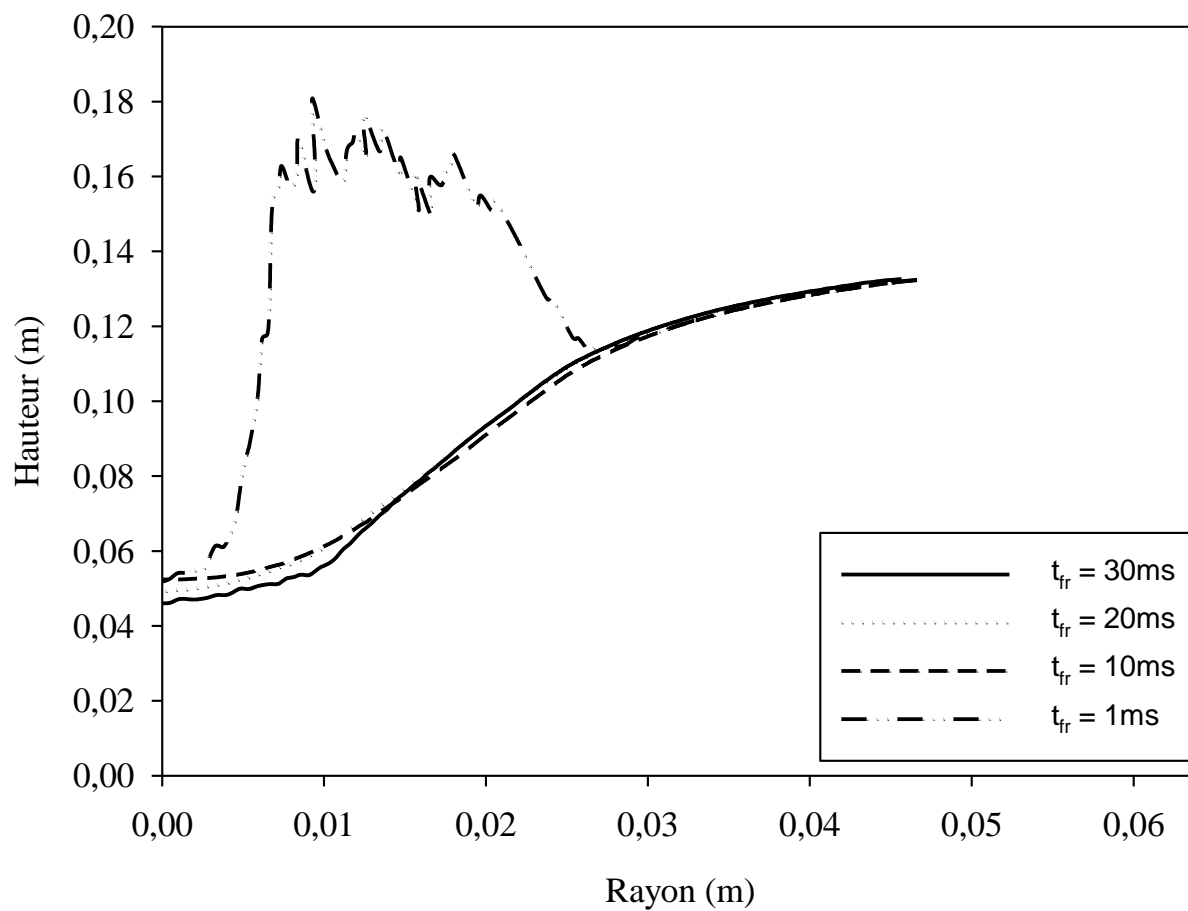
### 3.4.3.3 Paramètres du laser

Cet instrument de mesure dispose de quelques paramètres dont leurs valeurs peuvent être ajustées. Un logiciel de prise de données qui communique avec le laser a été développé par David Dubé, étudiant au doctorat à Polytechnique Montréal. Ce logiciel permet d'ajuster les paramètres suivants du laser :

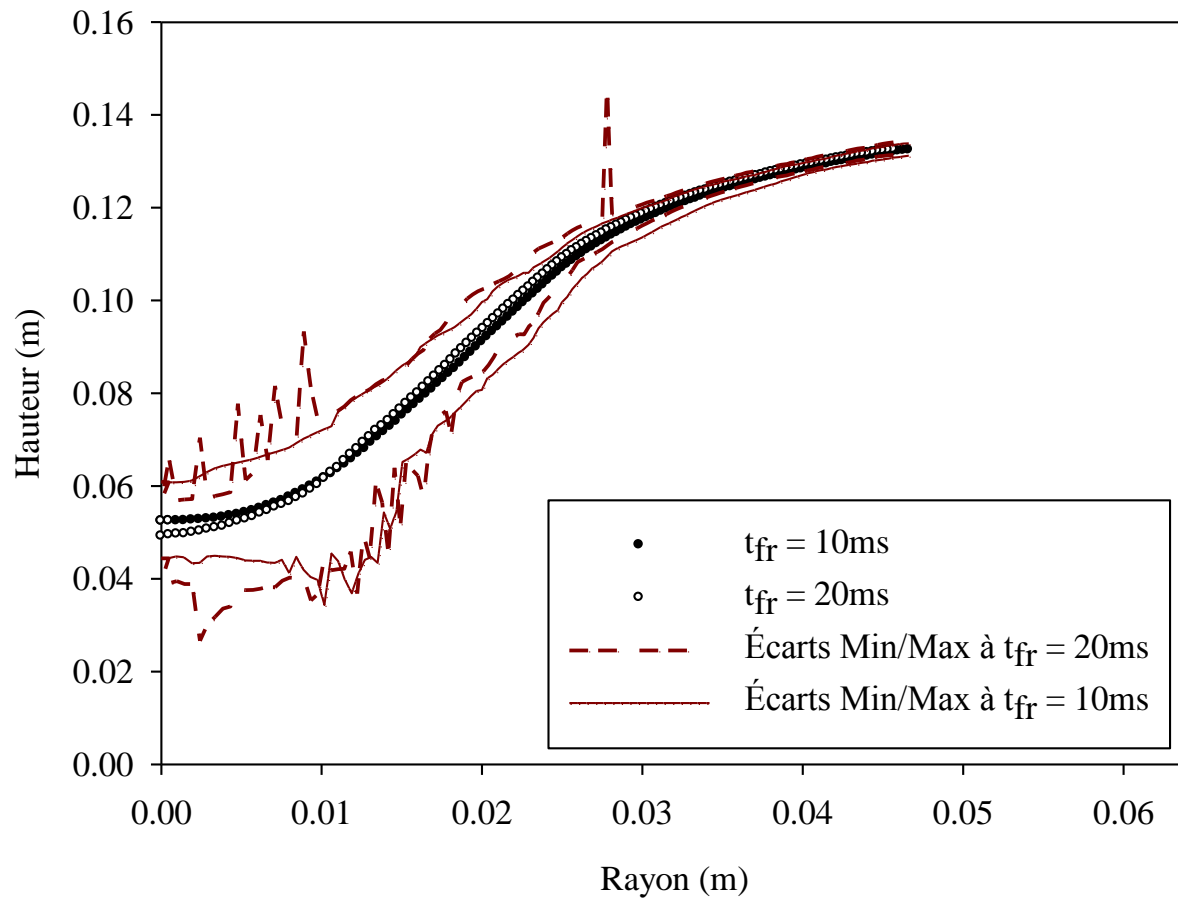
- Résolution (nombre de points de mesure): 256 points
- Temps de fermeture de la lentille : 10 ms
- Temps total de capture par vitesse : 10 s
- Intervalle de temps entre chaque capture : 10 ms

Parmi tous ces paramètres, le temps de fermeture de la lentille s'est avéré être le plus sensible pour une bonne prise de données. En effet, conformément à la valeur de ce paramètre, les profils de surface libre capturés avaient plus ou moins de précision de mesure (**Figure 3.9**). Une analyse a été faite sur un vortex généré par un agitateur à  $N = 400$  RPM, correspondant à un

nombre de Reynolds de 35100, et le meilleur temps de fermeture de la lentille était de 10 millisecondes (**Figure 3.10**).



**Figure 3.9:** Effet du temps de fermeture de la lentille sur le profil ( $Re = 35100$ )



**Figure 3.10:** Temps de fermeture de la lentille ( $t_{fr}$  à 10 ms vs. 20 ms) à  $Re = 35100$

#### 3.4.3.4 Traitement des données

Le traitement des données se divise en plusieurs étapes :

1. Un code FORTRAN 77/90 (SCANMOY.EXE) a été développé pour traiter les 1000 profils de surface libre capturés en 10 secondes. Une moyenne arithmétique est faite sur toutes ces données pour obtenir un profil moyen du vortex pour un nombre de Reynolds donné. En même temps, les écarts maximaux des limites inférieures et supérieures de chaque point des 1000 profils sont compilés (**Figure 3.10**). Par la suite, le profil moyen obtenu est calibré par rapport à la référence, soit donc au profil moyen de la surface libre lorsque le fluide est au repos. Cette calibration se traduit par la soustraction des valeurs de la référence des profils de surface libre. Ceci permet de

soustraire l'incertitude d'une possible inclinaison de la surface libre si le laser a été mal positionné.

2. Le fichier résultant du code SCANMOY est ensuite traité sur EXCEL et les données ( $r$ ,  $z$ ,  $z_{\min}$ ,  $z_{\max}$ ) sont calibrées par rapport au centre du vortex. Cette calibration des données permet de repérer le début (valeur minimum) et la fin (valeur maximale) du vortex.
3. Les données sont calibrées à nouveau par rapport à la hauteur de la surface libre lorsque le fluide est au repos. C'est-à-dire que la hauteur initiale du fluide au repos est ajoutée aux données traitées.

### 3.5 Méthode de caractérisation du vortex 3: Échelle des gris

#### 3.5.1 Description de la méthode

Cette méthode repose sur le principe de l'échelle des gris (EDG). Un modèle d'élévation tridimensionnel est créé en se fondant sur le principe suivant : la perception de l'ombrage de la lumière par la focale de la caméra utilisée est corrélée linéairement à la profondeur du domaine visualisé. Plus sombre sera le pixel capturé par la caméra, plus loin il sera de cette dernière et vice versa. Ainsi, il est possible de trouver la dimension manquante dans une seule image en analysant la distribution des couleurs du domaine photographié.

Cette méthode a besoin toutefois d'un étalonnage préliminaire des deux extrêmes de hauteur du domaine. Cela veut dire qu'il faut définir la valeur du minimum et du maximum du vortex en question afin qu'elle puisse relier la distribution des gris à des hauteurs spécifiques du domaine.



**Figure 3.11:** EDG - Montage expérimental (vu de l'extérieur)



### 3.5.2 Instrumentation

En plus des composantes du système de mélange, plusieurs outils et instruments de mesure ont été utilisés pour la réalisation de cette méthode :

- Caméra NIKON COOLPIX S6000 avec une lentille NIKKOR 7X WIDE OPTICAL ZOOM ED VR (5,0 – 35,0 mm / 1 :3,7 – 5,6).
- Bras hydraulique MANFROTTO 244.
- Lampe avec ampoule Type A 250 W.
- Lampe fluorescente avec 4 ampoules de 34 W.
- Plaque en plexiglas d'épaisseur de 0,63 cm couverte de papier :
  - Papier CANSON NEWSPRINT, 30 Lb Pression
  - Papier HP PREM MATTE PHOTO PAPER.
- Boîte de carton (effet d'écran noir) de dimensions 53x34x34 cm
- Luxmètre portatif de AEMC INSTRUMENTS (model CA813).

### 3.5.3 Procédure

#### 3.5.3.1 Disposition des composants du système

La mise en place des composants pour cette méthode est quelque peu complexe par rapport aux méthodes précédentes. Une boîte en carton de dimensions 53x34x34 cm est disposée de façon à cacher les côtés latéraux du système de mélange. Sur le haut de la boîte, un diffuseur de lumière est placé (**Figure 3.11**). Ce diffuseur se compose d'une plaque de plexiglas couverte de papier seulement d'un côté.

En plus, le papier a un trou circulaire, ayant pour diamètre celui de la focale de la caméra. Ceci permet de voir le système de mélange à l'intérieur de la boîte de carton. La caméra est fixée sur le bras hydraulique de façon à pouvoir se placer sur le trou. Finalement, une lampe est disposée en haut du diffuseur pour illuminer l'intérieur de la boîte de carton.

### 3.5.3.2 Prétraitement des images et des vidéos

#### Vidéos :

Ce traitement se divise en plusieurs étapes :

1. Le film (\*.MOV) est décomposé en images en images en format numérique JPEG (1 seconde  $\approx$  30 images) à l'aide du logiciel *ImageGrab 5.0.6*.
2. Les images sont converties au format PPM ASCII en utilisant le logiciel *XnView 1.97.8*.
3. Utilisation du code FORTRAN IMAGE pour obtenir une image moyenne sur 300 images étudiées.
4. L'image moyenne est ensuite convertie en format JPEG à l'aide du logiciel *XnView 1.97.8*.
5. L'image est découpée en une nouvelle image de façon à visualiser le diamètre de la cuve dans les deux nouvelles diagonales (**Figure 3.12**).



**Figure 3.12:** Cadrage d'une image pour EDG

6. L'image moyenne est ensuite convertie en format PPM ASCII à l'aide du logiciel *XnView 1.97.8*.

#### Images :

Le prétraitement des images est le même que celui des vidéos à l'exception qu'il débute à l'étape 5 car les images sont déjà stockées en format numérique JPEG.

### 3.5.3.3 Échelle des gris (EDG)

Un code FORTRAN 77/90 (GILS<sup>1</sup>.EXE) a été développé afin de générer une géométrie, traiter les données et construire un modèle tridimensionnel d'élévation visualisable sur les logiciels de post-traitement CFD *ParaView* et *EnSight*. L'exécution de GILS a besoin d'une image en format PPM ASCII et d'un fichier contenant les spécifications de l'analyse désirée (GILS.INP). Les étapes principales du code sont les suivantes :

1. Lecture du fichier GILS.INP (voir Annexe 1)
2. Lecture de l'image PPM ASCII
3. Application d'un filtre Gaussien si demandé dans GILS.INP

Le filtre Gaussien implémenté suit une formule conventionnelle (bien connue en science du traitement d'image) avec une pondération non binaire des poids (Hoffmann, 2002) :

$$w(x,y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad \text{Équation 3.1}$$

La fenêtre de filtrage est fixée à 9 pixels (**Figure 3.13**) tandis que l'écart type  $\sigma$  des pondérations demeure variable dans le fichier GILS.INP. Toutefois, après analyse, une valeur de  $\sigma = 0,5$  a prouvé être celle qui donne les meilleurs résultats (**Figure 3.14**). De plus, le nombre de passes du filtre Gaussien reste aussi variable dans le fichier GILS.INP.

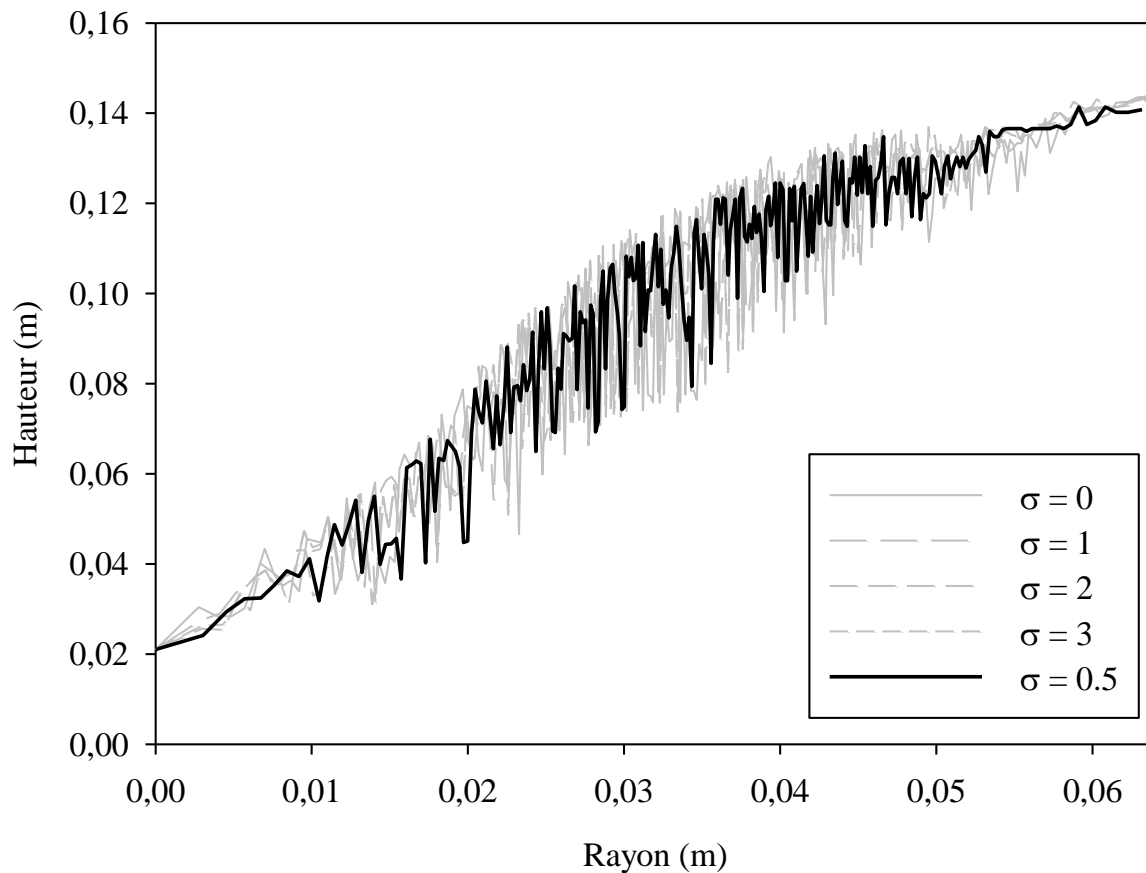
$w_3$	$w_2$	$w_3$
$w_2$	Pixel analysé $w_1$	$w_2$
$w_3$	$w_2$	$w_3$

**Figure 3.13:** Distribution des poids pour le filtre Gaussien dans la fenêtre de filtrage

(Valeurs des poids :  $w_1 > w_2 > w_3$ )

---

<sup>1</sup> GILS : Acronyme en anglais de la méthode de l'échelle des gris (*Grayscale Image with Light Source*)



**Figure 3.14:** Effet de l'écart type des pondérations Gaussiennes sur le profil de surface

4. Le domaine vectoriel de couleur RVB (24-bit) est converti dans un domaine scalaire à échelles de gris (8-bit) grâce à l'**Équation 3.2**.

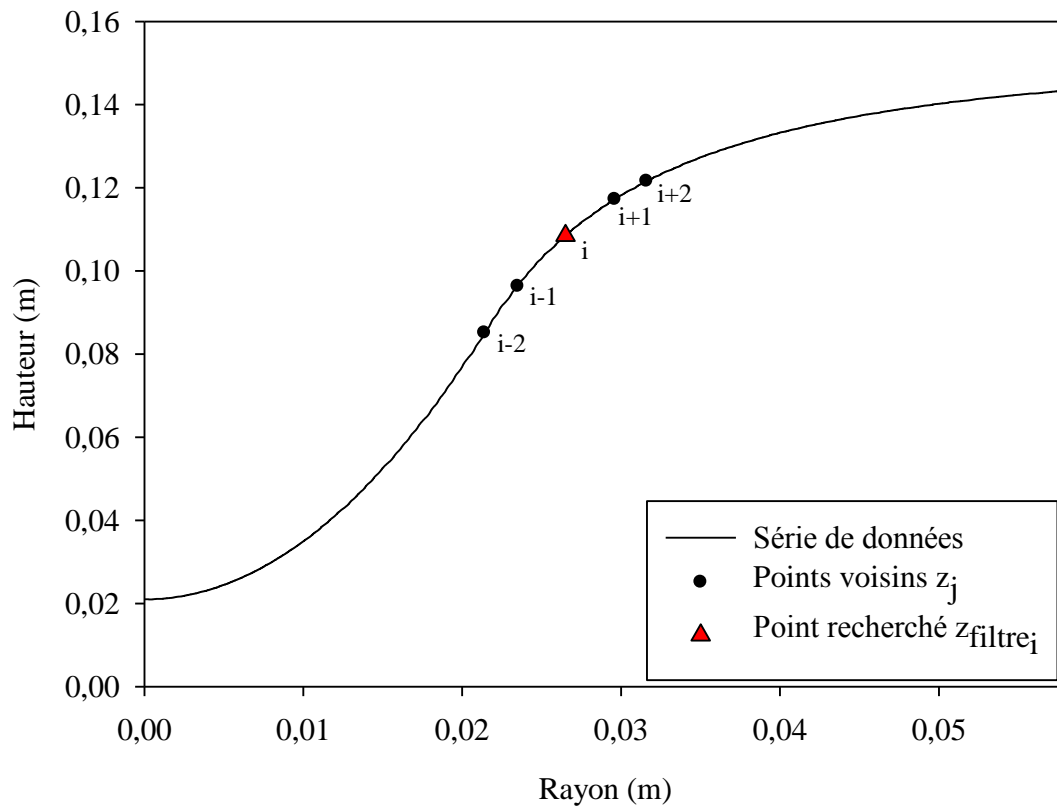
$$M = 0,2989R + 0,587V + 0,114B \quad \text{Équation 3.2}$$

Tel qu'expliqué dans la partie **3.3.3.2**, dans une image suivant le code de couleur **RVB**, chaque pixel est identifié par un vecteur contenant une quantité de rouge, de vert et de bleu. Il est toutefois possible d'identifier chaque pixel dans un domaine scalaire monochromatique (échelle de gris) en utilisant l'**Équation 3.2**. Cette conversion permet de simplifier le traitement des données.

5. Génération d'une grille géo-référencée dans l'espace XY.

6. Mise en place d'une fenêtre de correction qui relocalise le centre du vortex en cas de divergence lumineuse intrinsèque à l'image source.
7. Modèle d'élévation :
  - a. Ajout de la troisième dimension dans la grille XY. Obtention d'un espace XYZ géo-référencé.
  - b. Attribution d'une valeur de hauteur à chaque pixel en fonction de son degré de lumière dans l'échelle des gris.
  - c. Pondération unitaire des valeurs des nœuds entourant les pixels afin de transférer les hauteurs des pixels aux nœuds sans avoir des escaliers d'hauteur.
8. Extraction d'un profil de surface dans un espace RZ :
  - a. Translation et conversion du repère XYZ vers un repère R $\theta$ Z avec pour origine le centre du vortex détecté par l'algorithme.
  - b. Création et implémentation d'un algorithme de suppression des doublons des valeurs des rayons (vitesse de convergence :  $n\log(n)$ ).
  - c. Implémentation de l'algorithme de tri «Bubble Sort» sur le vecteur des rayons.
  - d. Balayage du domaine R $\theta$ Z de  $\theta = 0^\circ$  à  $\theta = 360^\circ$  afin d'extraire les valeurs des hauteurs attribuées aux rayons triés.
  - e. Mise en place d'une moyenne arithmétique sur les hauteurs.
  - f. Obtention d'un profil moyen de surface à partir du modèle 3D.
9. Application d'un filtre Passe-bande pour lisser la courbe du profil et dégager une tendance.

Le filtre Passe-bande appliqué utilise un schéma d'intégration (**Équation 3.4**) suivant une règle de quadrature, avec un ordre ajustable par l'utilisateur dans GILS.INP. En effet, il suffit de définir la demi-fenêtre de filtrage  $n$  (aussi reconnue comme Ordre  $n$ ) et d'imposer le pourcentage d'écart cumulé maximal, paramètre qui sert de critère d'arrêt du filtre. La valeur de  $n$  va être le nombre de points que le filtre ira chercher à l'amont et à l'aval du point analysé (**Figure 3.15**).



**Figure 3.15:** Exemple de la règle de quadrature avec un ordre égale à 2.

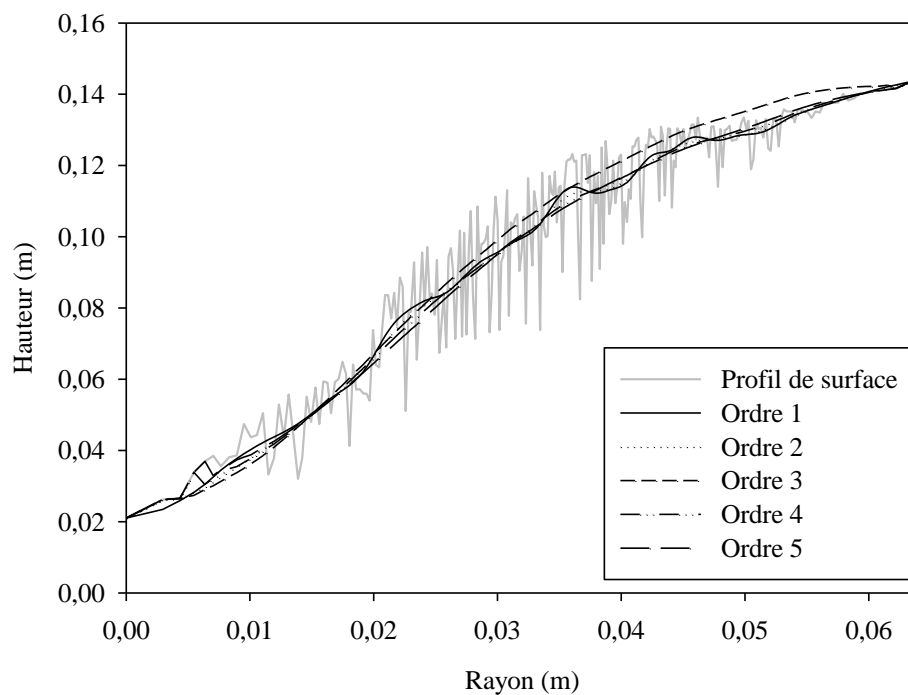
Ce filtre attribue des poids pondérés linéairement par rapport à l'ordre demandé (**Équation 3.3**) :

$$w = \frac{1}{2n + 1} \quad \text{Équation 3.3}$$

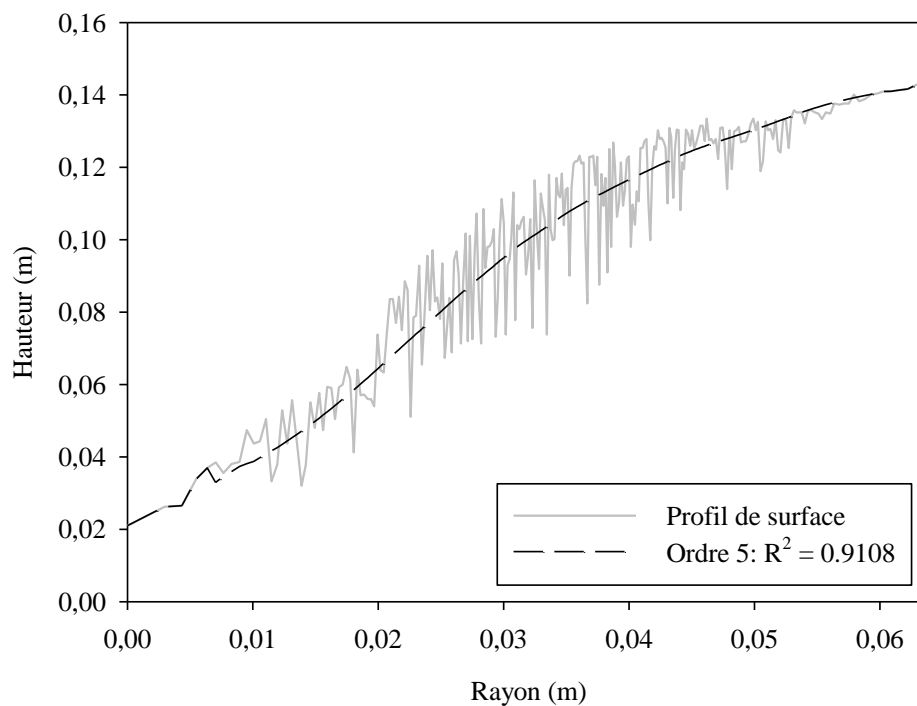
Ainsi, le filtre adopte la formulation suivante :

$$z_{\text{filtre}_i} = \sum_{j=i-n}^{i+n} w * z_j \quad \text{Équation 3.4}$$

Après une étude de l'effet des ordres de filtrage sur les données (**Figure 3.16**), l'ordre du filtre Passe-bande choisi pour réaliser cette étude est de 5 (**Figure 3.17**).



**Figure 3.16:** Choix de l'ordre du filtre Passe-bande



**Figure 3.17:** Profil de surface filtré avec un ordre 5

### 3.5.3.4 Post-traitement

L'étape suivante consiste à visualiser le modèle tridimensionnel créé à partir de l'image source. Les fichiers contenant la géométrie et les valeurs des hauteurs de la surface libre suivent un fichier maître en format CASE GOLD, le format natif du logiciel de visualisation CFD *Enight*. Ce même format est également supporté par le logiciel *Paraview*.

## 3.5.4 Conditions des expériences

La méthode de l'échelle des gris est simple d'utilisation puisqu'on peut l'opérer sous plusieurs conditions d'opération. Parmi ces conditions, il y a 2 types de diffuseurs de lumière, 2 puissances lumineuses différentes, 3 types de sensibilité du capteur, le choix du positionnement de la caméra par rapport à la cuve de mélange et le choix d'une imposition libre ou forcée du centre du vortex.

### 3.5.4.1 Diffuseur de lumière

Il s'est avéré important d'utiliser un diffuseur de lumière afin d'éliminer le plus possible les «points chauds» de lumière concentrée réfléchi par la surface du fluide d'étude. Un diffuseur de lumière a pour rôle de recevoir les rayons incidents d'une source lumineuse et de l'homogénéiser lorsqu'elle en sort. C'est-à-dire qu'en raison de la concavité de la surface du vortex, il y a une distribution inégale des rayons lumineux réfléchis. Ainsi, deux diffuseurs ont été utilisés afin de voir l'impact de leur utilisation sur les résultats. Les diffuseurs ont été faits avec une plaque de plexiglas d'épaisseur 0,63 cm couverte d'un côté par du papier. Les deux types de papiers utilisés sont les suivants :

1. Papier journal CANSON NEWSPRINT, 30 lb pression, 45 g (702-378 – ARJOWIGGINS) nommé P1 dans cette étude.
2. Papier HP PREM MATTE PHOTO nommé P2 dans cette étude.

### 3.5.4.2 Puissance lumineuse

Selon la lampe utilisée pour illuminer la surface à travers le diffuseur, les conditions de lumière perçues par le capteur et la justesse des résultats varient. Ainsi, deux puissances lumineuses ont été utilisées dans cette étude (**Tableau 3.3**).



**Tableau 3.3:** Conditions de lumière capturées avec le luxmètre.

Diffuseurs	Puissance (W)	Avant diffuseur		Après diffuseur	
		Lux	ft.Cd	Lux	ft.Cd
<b>Papier type journal (P1)</b>	250	6921,0	641,0	413,0	38,1
	136	169,0	15,7	22,3	2,0
<b>Papier type photo (P2)</b>	250	6921,0	641,0	192,1	18,1
	136	169,0	15,7	10,8	1,0

### 3.5.4.3 Sensibilité du capteur

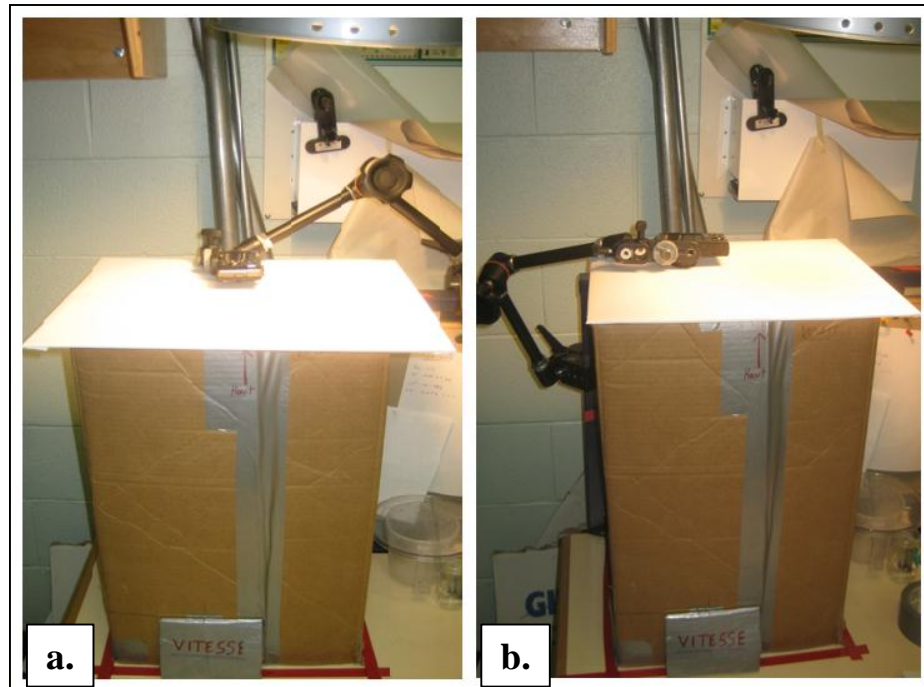
Plus la valeur de la sensibilité choisie est élevée, plus le capteur est sensible à la lumière. Ainsi, plus la valeur de la sensibilité est élevée, plus la photo est prise rapidement. Deux valeurs de sensibilité ont été choisies dans cette étude : ISO 100 et ISO 400 avec des photographies de résolution 2048 X 1536 pixels.

En plus de capturer les données avec des photos, une valeur supplémentaire de sensibilité est ajoutée avec une vidéo (fichier \*.MOV de résolution 1280 X 720 pixels). Cette dernière sera décomposée en 300 cadres par seconde d'où une image moyenne, obtenue avec le code IMAGE, fera l'objet d'une étude de sensibilité.

Selon la sensibilité choisie, une moyenne naturelle (ISO 100 et ISO 400) ou forcée (vidéo) est présente dans l'étude (par exemple : lorsque l'image est prise avec ISO 100, la caméra prend environ 5 secondes pour photographier le système). En plus, compte tenu du fait que le système de mélange n'est pas parfaitement stable (l'agitateur n'est pas fixe), il y a des déformations non désirées sur la surface libre du fluide, tels que des vagues et un vortex non centré. La présence d'une moyenne naturelle vient supprimer un peu ces effets non voulus.

### 3.5.4.4 Positionnement du capteur

L'appareil photographique peut être disposé de deux façons différentes par rapport à la cuve de mélange (**Figure 3.18**). En effet, la caméra peut être placée avec sa lentille centrée sur le centre de la cuve ou elle peut être placée d'une façon excentrée. La position excentrée implique que la lentille est centrée sur la paroi de la cuve.



**Figure 3.18:** Positionnement de la caméra (**a.**Centrée ; **b.**Excentrée)

#### 3.5.4.5 Imposition du centre du vortex

Lors de l'analyse des données dans l'étape 8 du code GILS, il est possible de choisir si le code impose arbitrairement le centre du vortex au centre de l'image découpée (façon forcée) ou s'il utilise l'algorithme de la boîte de correction et localise le centre du vortex dans l'image (façon libre). Il y a donc deux conditions différentes de traitement des résultats à considérer.

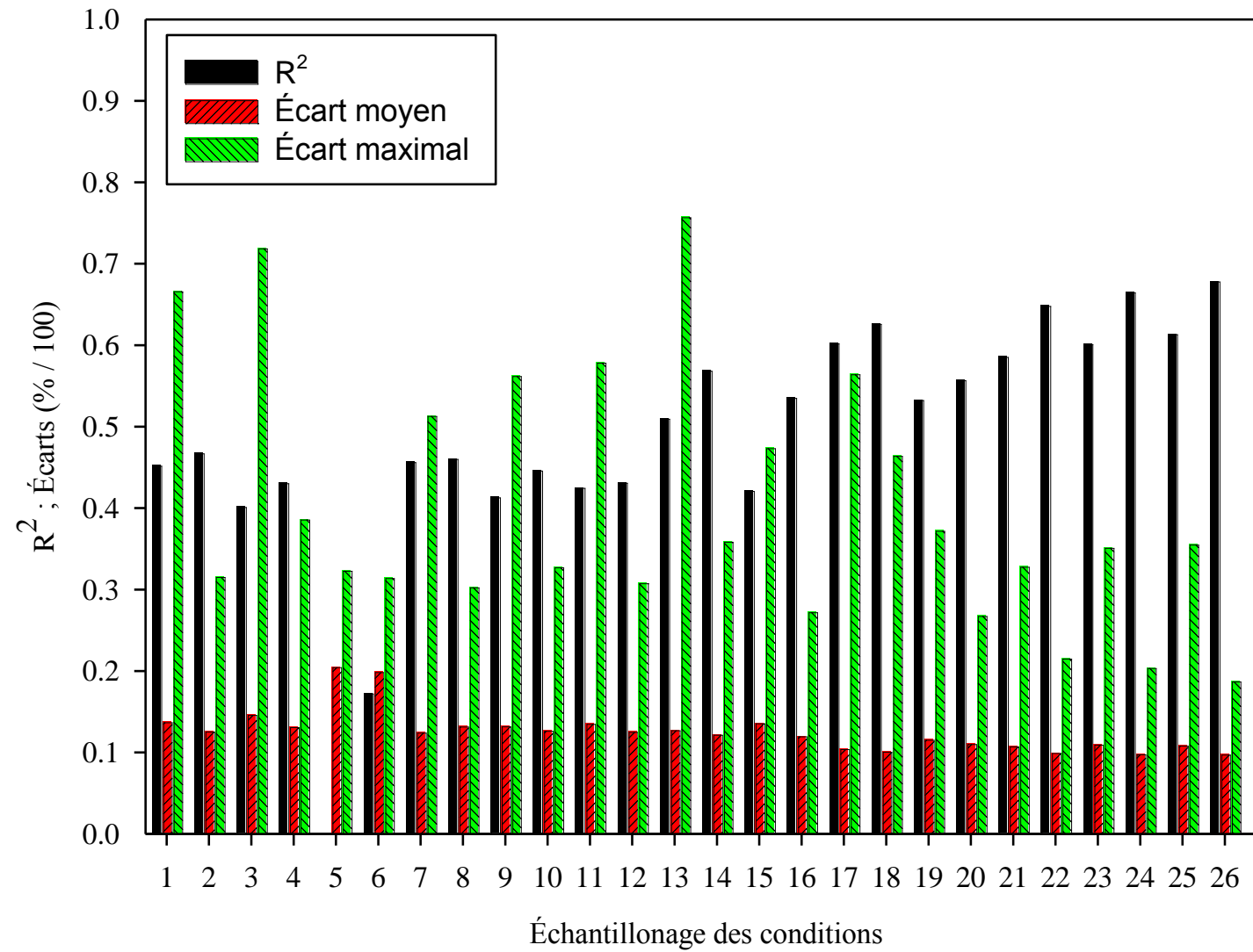
### 3.5.5 Conditions d'opération recommandées

Suite à la lecture de la section 3.5.4, il y a :

- 2 types de diffuseur
- 2 types de lumière
- 3 types de sensibilité du capteur
- 2 façons de positionner la caméra
- Le choix d'imposer ou non le centre du vortex.

Ainsi, en faisant un plan factoriel des conditions, il y a  $2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2$  combinaisons de conditions expérimentales. Ceci revient à 48 possibilités de combinaisons des conditions expérimentales. Toutefois, quelques combinaisons n'étaient pas réalisables et/ou ne donnaient pas des images visibles et ont donc été supprimées du plan factoriel. Suite à cette suppression, il restait 26 combinaisons d'expériences. Afin de repérer la combinaison optimale pour effectuer l'analyse, 4 nombres de Reynolds ont été sujet d'étude pour chacune des 26 combinaisons possibles.

Afin de savoir quelle est la combinaison optimale, les 4 profils de surface extraits des modèles tridimensionnels ont été comparés par la méthode des moindres carrés avec la théorie des profils de surface de Nagata (Nagata, 1975). Les paramètres de comparaison sont les moindres carrés, les écarts moyens et les écarts maximaux entre les profils obtenus et les profils de Nagata (lire section 3.6). Finalement, une moyenne arithmétique a été faite pour les paramètres de chaque combinaison et les résultats ont été rassemblés dans l'histogramme suivant (**Figure 3.19**):



**Figure 3.19:** Histogramme des 26 combinaisons des conditions expérimentales

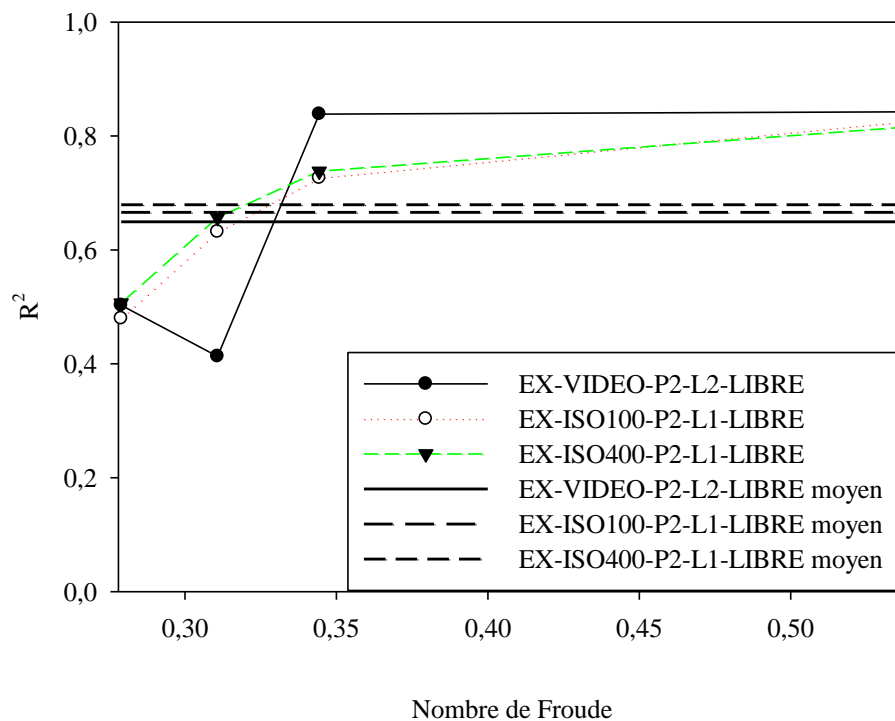
**Tableau 3.4:** Identification des classes et légende de la **Figure 3.19****Identification de l'échantillonnage:**

1: ISO100-P1-L1-FORCÉ	14: ISO400-P2-L2-LIBRE
2: ISO100-P1-L1-LIBRE	15: VIDEO-P2-L2-FORCÉ
3: ISO400-P1-L1-FORCÉ	16: VIDEO-P2-L2-LIBRE
4: ISO400-P1-L1-LIBRE	17: EX-ISO100-P2-L2-FORCÉ
5: VIDEO-P1-L1-FORCÉ	18: EX-ISO100-P2-L2-LIBRE
6: VIDEO-P1-L1-LIBRE	19: EX-ISO400-P2-L2-FORCÉ
7: ISO100-P2-L1-FORCÉ	20: EX-ISO400-P2-L2-LIBRE
8: ISO100-P2-L1-LIBRE	21: EX-VIDEO-P2-L2-FORCÉ
9: ISO400-P2-L1-FORCÉ	22: EX-VIDEO-P2-L2-LIBRE
10: ISO400-P2-L1-LIBRE	23: EX-ISO100-P2-L1-FORCÉ
11: ISO100-P2-L2-FORCÉ	24: EX-ISO100-P2-L1-LIBRE
12: ISO100-P2-L2-LIBRE	25: EX-ISO400-P2-L1-FORCÉ
13: ISO400-P2-L2-FORCÉ	26: EX-ISO400-P2-L1-LIBRE

**Légende:****P1:** Papier CANSON, 30 lb de pression**P2:** Papier HP PREM MATTE PHOTO**L1:** Intensité lumineuse avant le diffuseur de 169 Lux**L2:** Intensité lumineuse avant le diffuseur de 6921 Lux**ISO:** Sensibilité du Capteur**VIDEO:** Profil de vidéo**EX:** Lentille CCD excentrée**FORCÉ:** EDG avec contrainte**LIBRE:** EDG sans contrainte

En analysant les résultats, les trois combinaisons ayant les moindres carrés plus élevés et les écarts plus faibles sont les combinaisons 22, 24 et 26. Ainsi, l'évolution de leurs paramètres

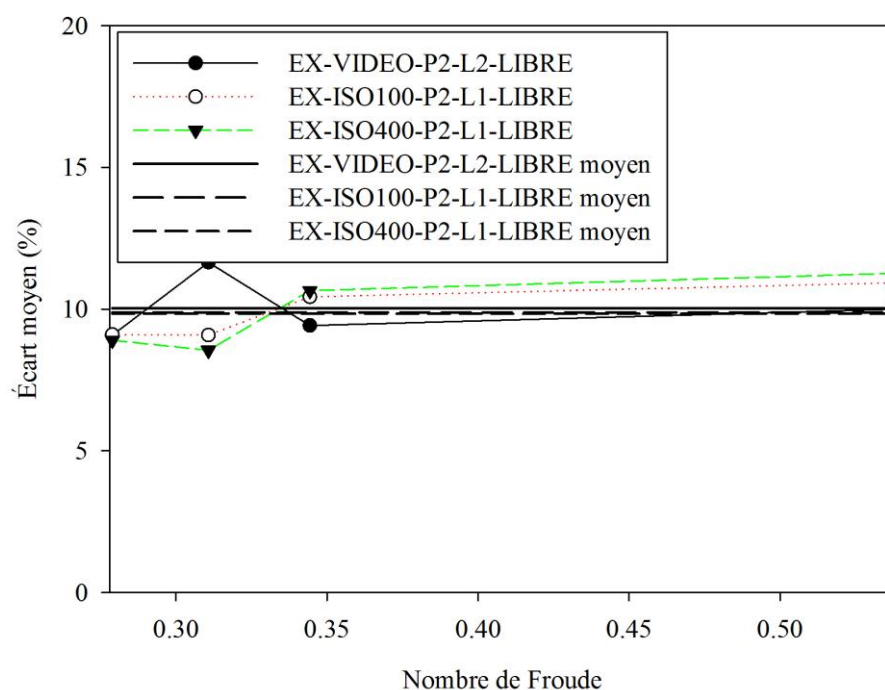
d'analyse en fonction du nombre de Froude est analysée dans la **Figure 3.20**, la **Figure 3.21** et la **Figure 3.22**.



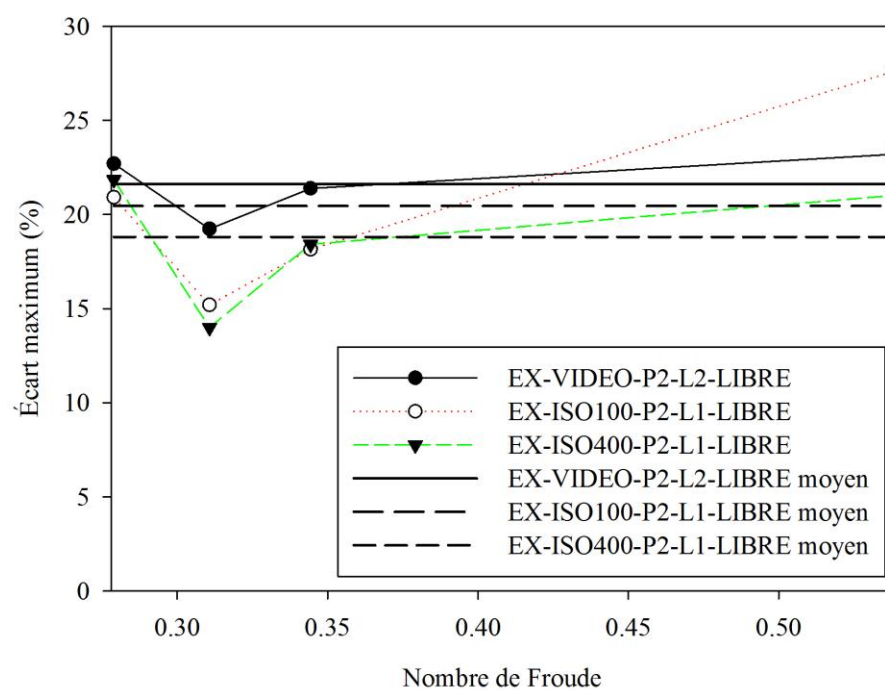
**Figure 3.20:** Moindres carrés des 3 meilleures combinaisons de conditions expérimentales

La **Figure 3.20** montre l'évolution du coefficient des moindres carrés des trois meilleures combinaisons en fonction du nombre de Froude.

La **Figure 3.21** et la **Figure 3.22** montrent l'évolution des écarts moyens et maximaux de trois meilleurs combinaisons de conditions expérimentales en fonction du nombre de Froude.



**Figure 3.21:** Écart moyen des 3 meilleures combinaisons de conditions expérimentales



**Figure 3.22:** Écart maximum des 3 meilleures combinaisons de conditions expérimentales

Bien que les tendances des trois combinaisons soient similaires dans les trois figures, c'est la combinaison 26 (EX-ISO400-P2-L1-LIBRE) qui dispose du meilleur coefficient moyen des moindres carrés (**Figure 3.20**) ainsi que des meilleurs écarts moyens (**Figure 3.21**; **Figure 3.22**). Cette combinaison optimale est présentée dans le **Tableau 3.5**.

**Tableau 3.5:** Conditions expérimentales optimales pour EDG

<b>Diffuseur de lumière</b>	Papier HP PREM MATTE PHOTO
<b>Lumière (LUX)</b>	169
<b>Sensibilité du capteur</b>	ISO 400
<b>Positionnement du capteur</b>	Excentré
<b>Imposition du centre du vortex</b>	Libre

## 3.6 Méthodologie d'analyse des données

### 3.6.1 Comparaison avec les moindres carrés

Suite à l'obtention des courbes de profil de surface libre pour chacune des trois méthodes, la théorie de Nagata (Nagata, 1975) a servi de base de comparaison. Une analyse des moindres carrés a été effectuée en comparant les courbes obtenues avec celles obtenues avec la théorie de Nagata (**Équation 3.5**).

Ainsi, si  $y$  représente la courbe obtenue avec la théorie de Nagata et  $f$  la courbe obtenue expérimentalement, alors :

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{\text{erreur}}}{SS_{\text{total}}} \text{ avec } R^2 \leq 1 \quad \text{Équation 3.5}$$

Où la somme des erreurs est la suivante (**Équation 3.6**),



$$SS_{\text{erreur}} = \sum_i (y_i - f_i)^2 \quad \text{Équation 3.6}$$

Et la somme totale prend la forme décrite dans l'Équation 3.7.

$$SS_{\text{total}} = \sum_i (y_i - \bar{y})^2 \quad \text{Équation 3.7}$$

Ainsi, il est possible de quantifier méthodiquement l'écart entre la courbe obtenue expérimentalement à celle du modèle de Nagata. Il est à noter que sur certaines analyses, les valeurs des sommes des carrés sont négatives à cause du manque de ressemblance.

### 3.6.2 Comparaison avec les écarts moyens et maximaux

En plus de faire une analyse sur les moindres carrés, les écarts moyens (Équation 3.8) et maximaux (Équation 3.9) entre les courbes et le modèle ont été sujet d'étude. De façon à mieux comparer les tendances obtenues, les écarts ont été calculés comme suit :

$$\text{Écart moyen (\%)} = 100 * \frac{1}{\text{RES}} \sum_{i=1}^{\text{RES}} \frac{y_i - f_i}{y_i} \quad \text{Équation 3.8}$$

$$\text{Écart maximal (\%)} = 100 * \max_{1 \leq i \leq \text{RES}} \left( \frac{y_i - f_i}{y_i} \right) \quad \text{Équation 3.9}$$

## CHAPITRE 4 DÉTECTION DU VORTEX PAR PHOTOGRAPHIE LATÉRALE

Le principe de la photographie latérale dans une cuve de mélange date de plus de 50 ans avec les travaux de Nagata (Nagata *et al.*, 1955). Cette méthode a beaucoup évolué avec l'avancement de la photographie numérique depuis une douzaine d'années. Elle permet de visualiser du vortex dans des cuves de mélanges transparentes avec des fluides transparents. Bien que cette méthode ne pose pas de grands défis au niveau de sa réalisation, son utilisation demeure toutefois très limitée dans le contexte industriel où les cuves et/ou les fluides ne sont pas transparents.

Cette méthode de caractérisation des vortex est utilisée dans cette étude pour venir valider des mesures de surface libre ainsi que pour approfondir une analyse sur la variation des hauteurs extrêmes des vortex en fonction des nombres de Froude et de Reynolds.

### 4.1 Résultats

#### 4.1.1 Détection des minimum et maximum des profils

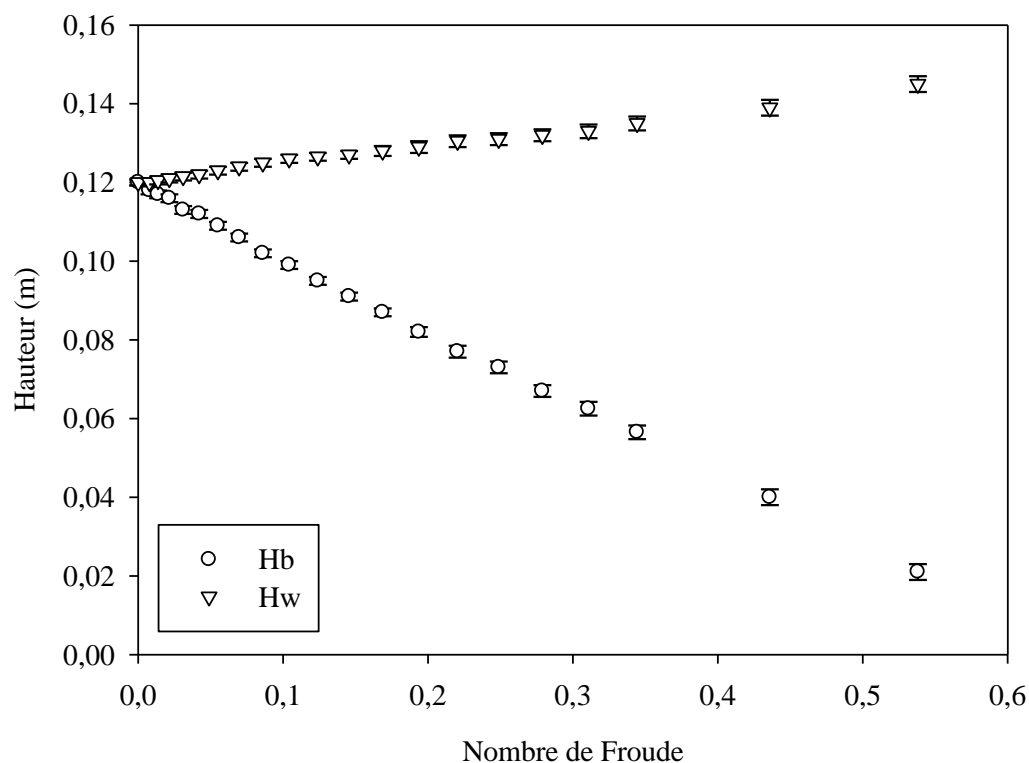
La photographie latérale permet de détecter facilement les minimum (Hb) et maximum (Hw) des vortex en question. En effet, il suffit de récupérer les extrêmes visuels du profil de surface extrait de l'image moyenne. 21 expériences à vitesses différentes ont été réalisées (**Tableau 4.1**).

**Tableau 4.1:** Hauteurs Hb et Hw de la photographie latérale

Vitesse (RPM)	Froude	Reynolds	Hauteur Minimale Hb (m)	Hauteur Maximale Hw (m)
0	0,000	0,00E+00	0,12	0,12
60	0,008	5,26E+03	0,118	0,12
80	0,014	7,02E+03	0,117	0,1205
100	0,022	8,77E+03	0,116	0,121
120	0,031	1,05E+04	0,113	0,1215
140	0,042	1,23E+04	0,112	0,122
160	0,055	1,40E+04	0,109	0,123
180	0,070	1,58E+04	0,106	0,124
200	0,086	1,75E+04	0,102	0,125
220	0,104	1,93E+04	0,099	0,126
240	0,124	2,11E+04	0,095	0,1265

260	0,145	2,28E+04	0,091	0,127
280	0,169	2,46E+04	0,087	0,128
300	0,194	2,63E+04	0,082	0,129
320	0,220	2,81E+04	0,077	0,1305
340	0,249	2,98E+04	0,073	0,131
360	0,279	3,16E+04	0,067	0,132
380	0,311	3,33E+04	0,0625	0,133
400	0,344	3,51E+04	0,0565	0,135
450	0,436	3,95E+04	0,04	0,139
500	0,538	4,39E+04	0,021	0,145

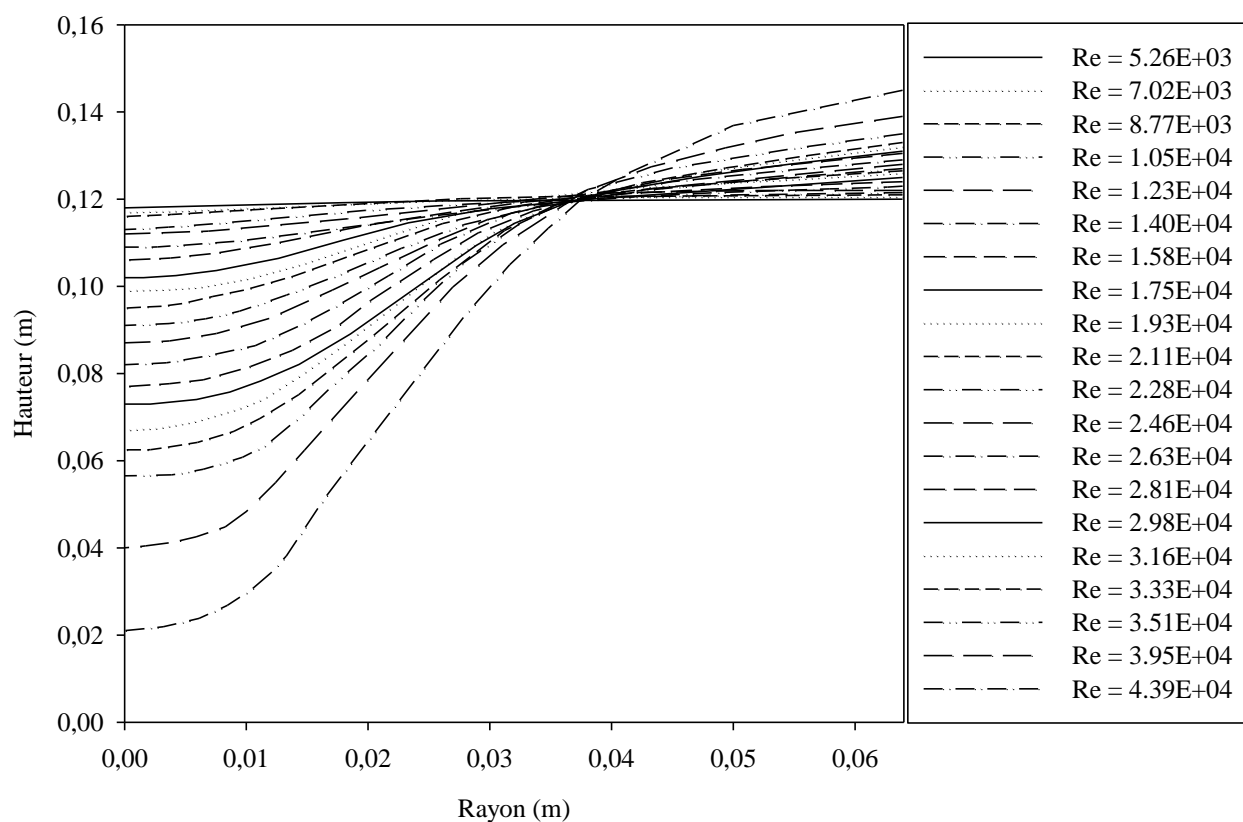
Sous forme de représentation graphique, il est possible de mieux visualiser les tendances des deux extrêmes de hauteur des vortex en fonction du nombre de Froude avec leurs écarts absolus associés (**Figure 4.1**). En effet, il apparaît que la variation de Hb et de Hw en fonction du nombre de Froude est linéaire. Cette analyse est développée davantage dans la sous-section **4.1.3**.



**Figure 4.1:** Photographie Latérale - Mesures de Hb et Hw

### 4.1.2 Courbes des profils de surface

La **Figure 4.2** montre les profils de surface libre des 20 nombres de Reynolds étudiés avec la méthode de la photographie latérale. La courbe du profil de surface libre au repos est exclue de ce graphique afin de l'alléger le plus possible. En regardant cette figure plus en détail, toutes les courbes semblent appartenir à une même famille de tendance. En effet, tout en gardant un volume de fluide constant, le profil de la surface libre s'intensifie avec une croissance du nombre de Reynolds. De plus, toutes les courbes se croisent approximativement à une valeur du rayon de 0,038 m ou 60%. Ce point de croisement semblerait être le centre de volume du fluide en agitation. Finalement, il est possible de corréler ces tendances à celles du modèle de Nagata. En effet, les courbes changent de tendance vers un rayon de 20%, possible rayon critique du modèle de Nagata. Cet effet est plus marqué pour des grands nombres de Reynolds.



**Figure 4.2:** Courbes de profil de la surface libre

### 4.1.3 Analyse des différentiels des hauteurs normalisées

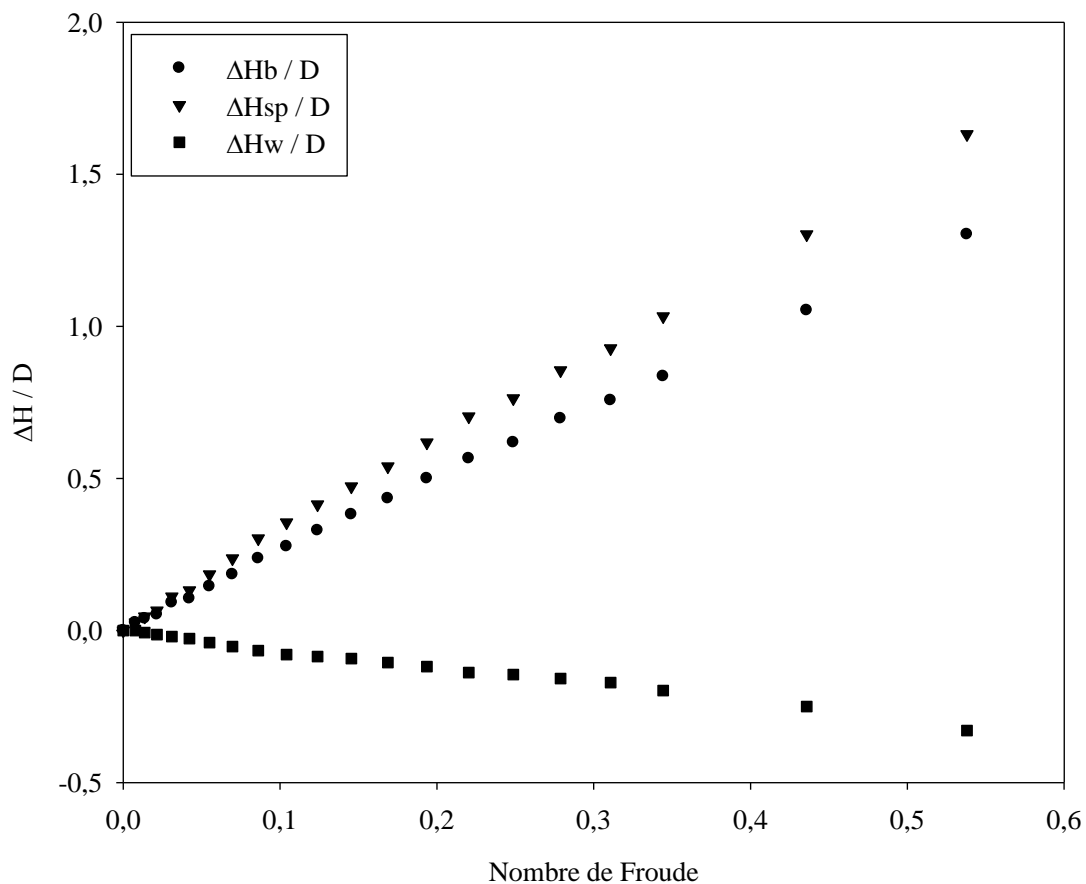
Comme décrite précédemment, cette sous-section fait l'analyse des différentiels des hauteurs de  $H_b$  et de  $H_w$  normalisées. Afin de réaliser cette analyse la terminologie suivante a été utilisée :

$$\Delta H_b/D = (H_0 - H_b)/D \quad \text{Équation 4.1}$$

$$\Delta H_{sp}/D = (H_w - H_b)/D \quad \text{Équation 4.2}$$

$$\Delta H_w/D = (H_0 - H_w)/D \quad \text{Équation 4.3}$$

Telles que mentionnées dans la sous-section **4.1.1**, la tendance de la variation de la hauteur normalisée ( $\Delta H / D$ ) en fonction du nombre de Froude est linéaire (**Figure 4.3**).

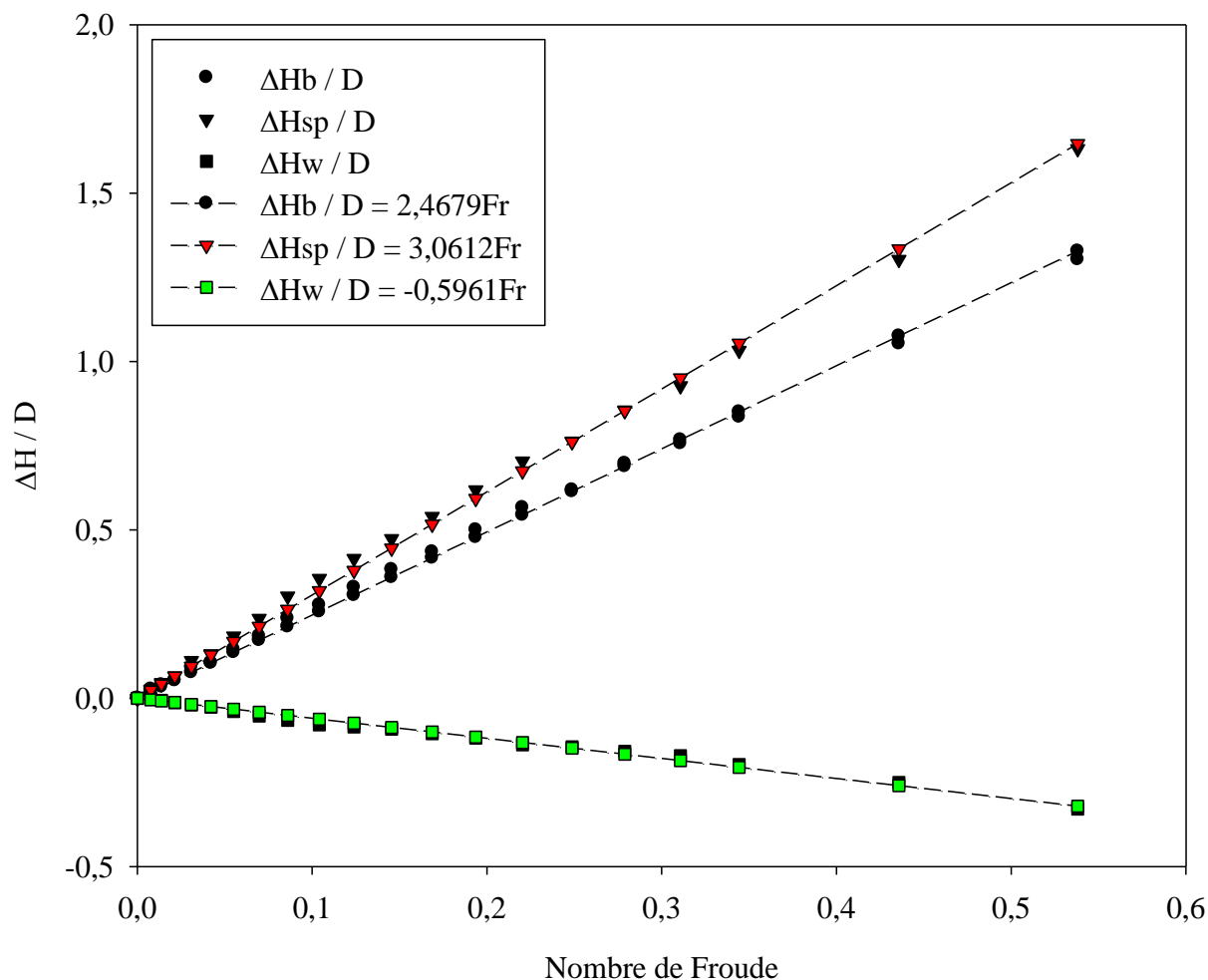


**Figure 4.3:** Profondeurs normalisées  $\Delta H / D$

Toutefois, afin de dégager des courbes tendances plus précises, ces données ont été approximées avec des régressions linéaires et non linéaires. Les régressions linéaires sont du type  $\Delta H / D = kFr$ , basées sur les travaux de l'équipe d'Antonio Busciglio et d'Alberto Brucato (Busciglio *et al.*, 2011). Les régressions non linéaires sont du type  $\Delta H / D = CRe^a Fr^b$ , basées sur les travaux de Le Lan et Angelino (Le Lan & Angelino, 1972).

#### 4.1.3.1 Régression linéaire de type $\Delta H / D = kFr$

Les données obtenues par la méthode de la photographie latérale ont été approximées par une régression linéaire du type  $\Delta H / D = kFr$ , où  $k$  représente un coefficient dépendant du type de différentiel de hauteur utilisé (**Figure 4.4**).

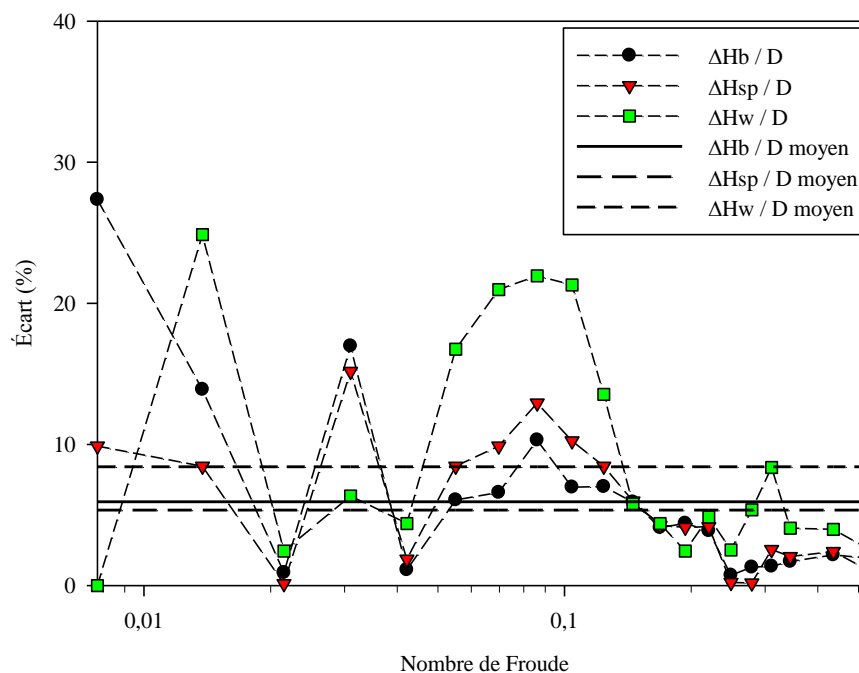


**Figure 4.4:** Régression linéaire de type:  $\Delta H / D = kFr$

**Tableau 4.2:** Valeurs des coefficients des régressions linéaires

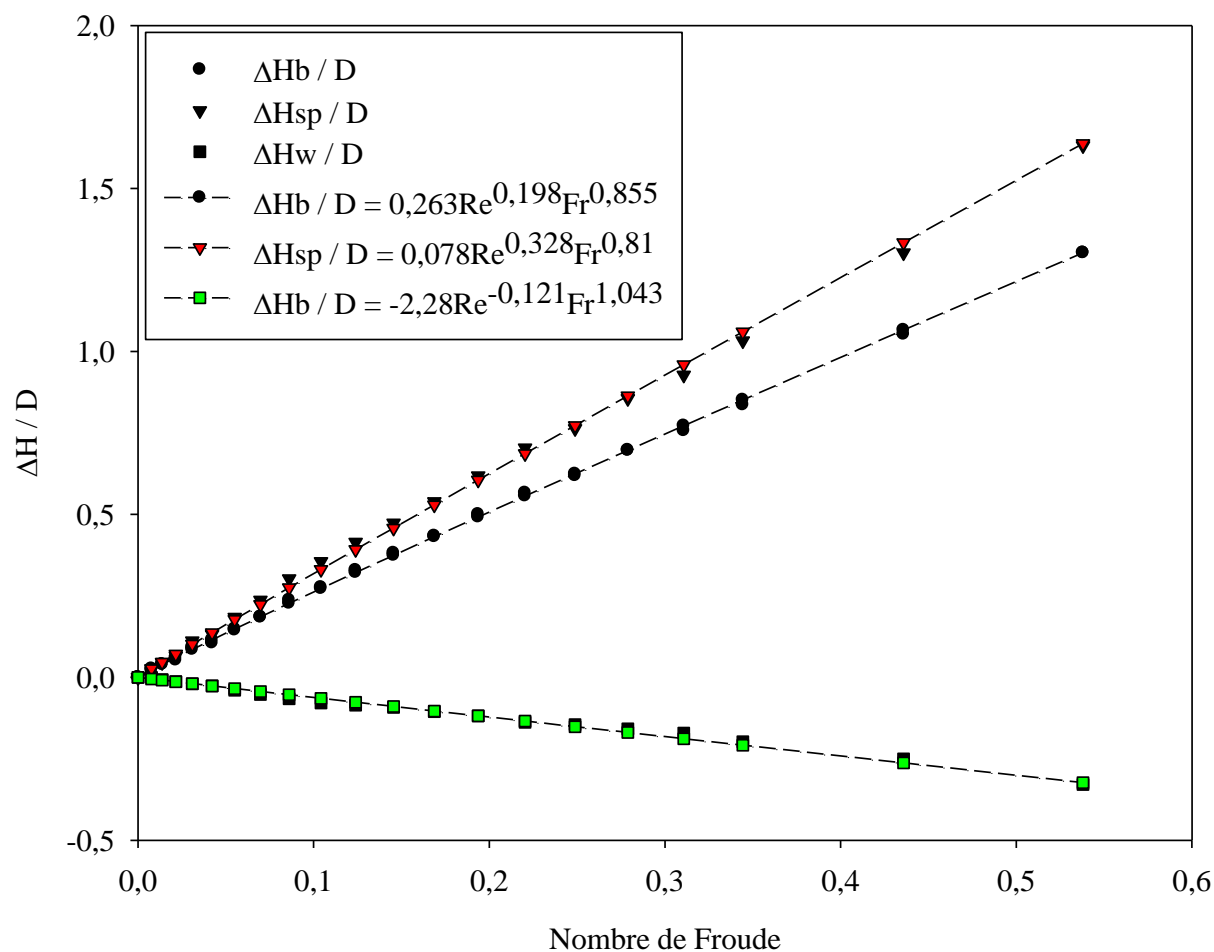
Coefficient	Valeur	R <sup>2</sup>
$k_b$	2,4679	0,9975
$k_{sp}$	3,0612	0,9979
$k_w$	-0,5961	0,9906

Ainsi, les coefficients associés aux courbes sont présentés dans le **Tableau 4.2**. Bien que les valeurs des sommes des carrés soient excellentes, il est pertinent de voir quels sont les écarts de chaque approximation par rapport aux données brutes (**Figure 4.5**). En analysant les écarts, deux zones se démarquent : la première ( $0 < Fr < 0,15$ ), étant celle ayant les écarts les plus importants, et la deuxième ( $0,15 < Fr < 0,538$ ), étant celle où les écarts diminuent significativement. Toutefois, les écarts moyens des trois approximations demeurent inférieurs à 10%.

**Figure 4.5:** Écarts des régressions linéaires

#### 4.1.3.2 Régression non linéaire de type $\Delta H / D = CRe^aFr^b$

Dans ce cas, les approximations utilisées sont des régressions non linéaires de type  $\Delta H / D = CRe^aFr^b$  (**Figure 4.6**) où  $C$  représente un facteur de forme dépendant de la géométrie du système de mélange et  $a$  et  $b$  représentent des coefficients constants (Le Lan & Angelino, 1972).



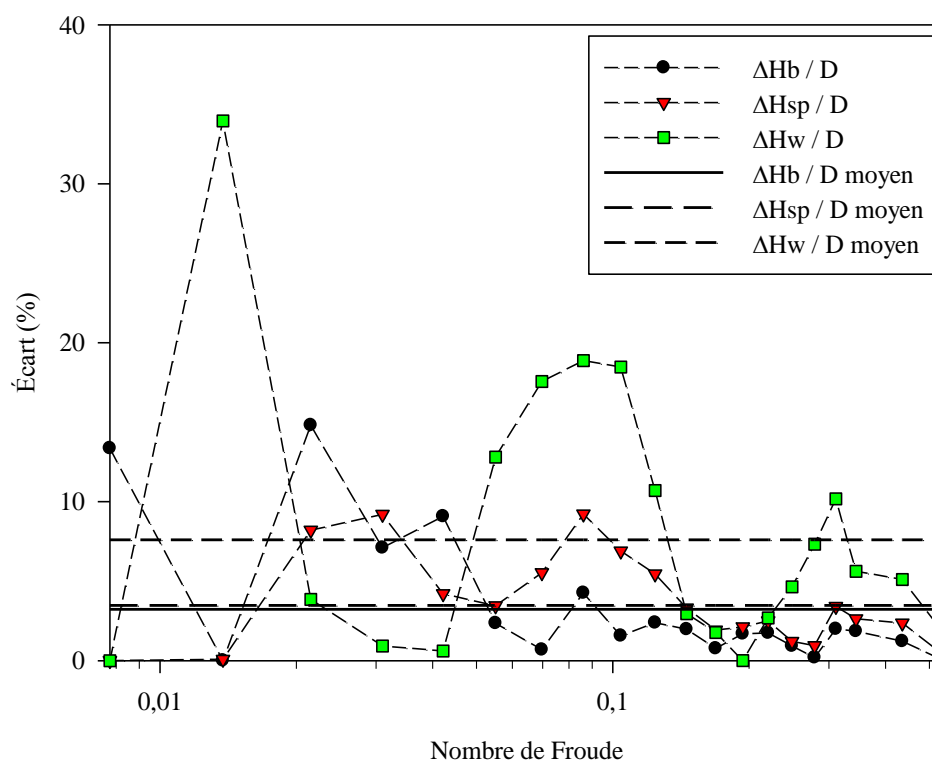
**Figure 4.6:** Régression non linéaire de type:  $\Delta H / D = CRe^aFr^b$ .



**Tableau 4.3:** Valeurs des coefficients des régressions non linéaires

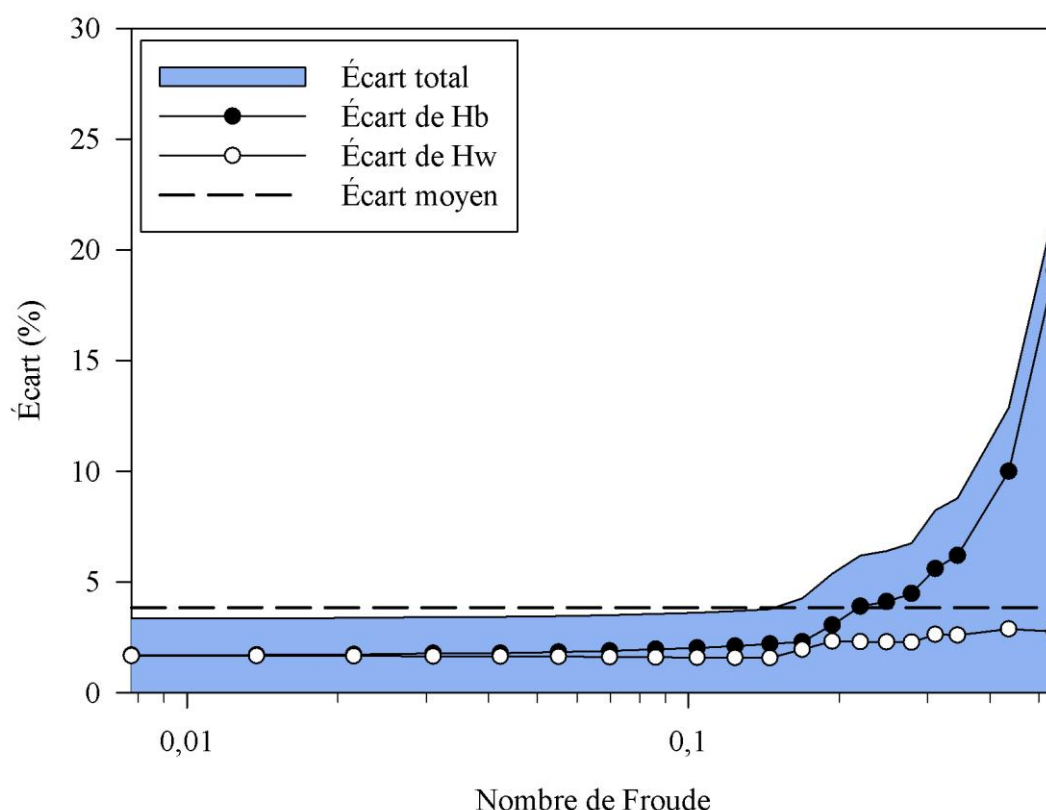
Facteur de forme C	Valeur	Coefficient a	Valeur	Coefficient b	Valeur
$C_b$	0,263	$a_b$	0,198	$b_b$	0,855
$C_{sp}$	0,078	$a_{sp}$	0,328	$b_{bp}$	0,81
$C_w$	-2,28	$a_w$	-0,121	$b_w$	1,043

Les coefficients associés aux régressions non linéaires sont présentés dans le **Tableau 4.3**. Afin d'analyser la ressemblance de ces approximations, une étude sur les écarts a été faite (**Figure 4.7**). Lors de l'analyse des écarts, les deux mêmes zones de précision qu'avec les régressions linéaires se démarquent. Les écarts moyens des trois approximations demeurent toutefois inférieurs à 10%.

**Figure 4.7:** Écarts des régressions non linéaires

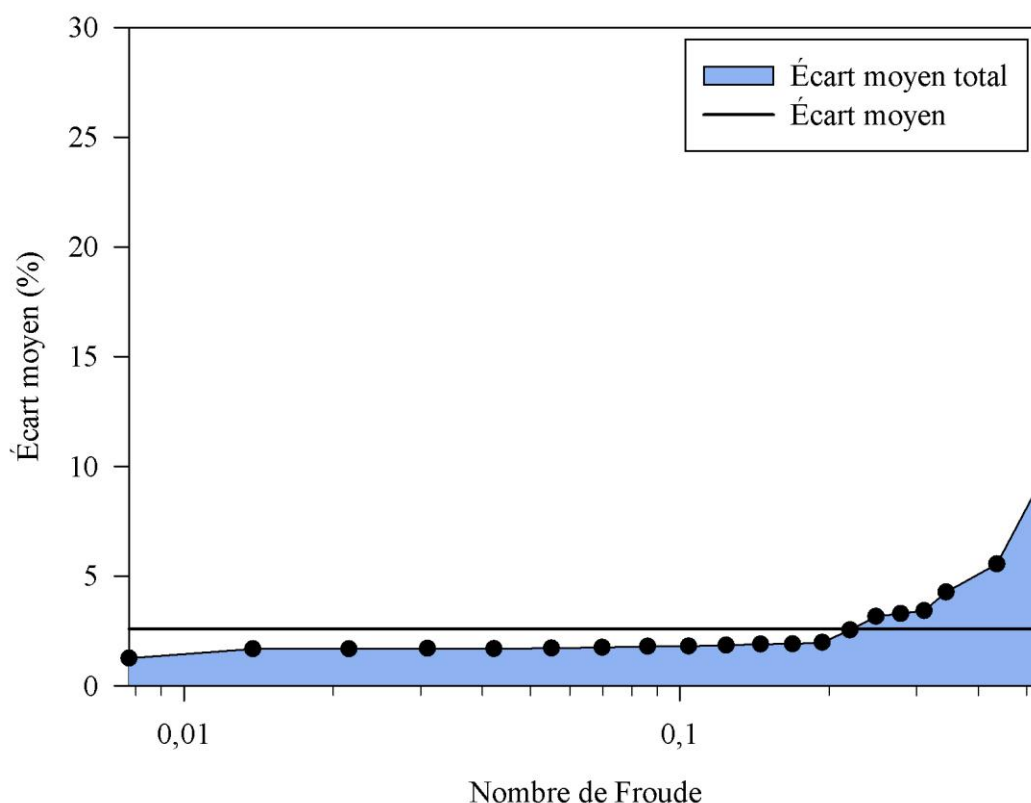
## 4.2 Niveau de précision des résultats

La méthode expérimentale de la photographie latérale dispose d'une gamme d'erreurs qui dépendent de plusieurs facteurs. De l'incertitude de lecture se glisse lors de la mesure des valeurs extrêmes des hauteurs du vortex au centre de la cuve ( $H_b$ ) et à la paroi de la cuve ( $H_w$ ) (**Figure 4.8**). L'incertitude de mesure augmente avec le nombre de Reynolds. En effet, plus le nombre de Reynolds est élevé, plus le vortex dans le système est prononcé et moins il est stable (présence de vaguelettes, vortex partiellement excentré et contour du vortex difficile à repérer). En effet, l'image moyenne des grands vortex à hautes vitesses contient une zone floue dans laquelle se trouve le contour du vortex. Cette zone peut arriver à mesurer jusqu'à 5 mm pour le plus grand nombre de Reynolds étudié ( $Re = 43900$ ). Une fois cette incertitude convertie en écart relatif, la zone floue d'incertitude est beaucoup plus importante lors de la mesure de  $H_b$ . Même si l'écart dépasse 20% à un nombre de Reynolds supérieur, l'écart moyen total mesuré à partir des 21 vitesses de rotation expérimentées est inférieur à 4% (**Figure 4.8**).



**Figure 4.8:** Écarts de mesure des hauteurs  $H_b$  et  $H_w$

Afin de bien quantifier la précision de cette méthode, il ne suffit pas d'analyser les écarts sur les mesures des deux hauteurs extrêmes du vortex pour les 21 vitesses de rotation étudiées. En effet, une analyse sur tous les points composant chacun des 21 profils de surface libre a été faite (**Figure 4.9**). Chaque point de ce graphique représente la valeur moyenne de tous les écarts d'un profil de surface libre. La tendance des écarts demeure identique à celle discutée pour la **Figure 4.8**, c'est-à-dire que les écarts augmentent avec une augmentation des nombres de Reynolds ou de Froude. Toutefois, l'écart moyen le plus grand est de 10% et la méthode dispose d'un écart général moyen de 2,6% sur 21 vitesses différentes. En d'autres termes, cela veut dire que la moyenne de la moyenne des écarts de la méthode de la photographie latérale est de 2,6%.



**Figure 4.9:** Écart moyen général de la méthode de la photographie latérale

## CHAPITRE 5 DÉTECTION DU VORTEX PAR FAISCEAU LASER

La deuxième méthode de caractérisation du vortex se fait par faisceau laser. Cette méthode repose sur le principe suivant : un faisceau laser est émis depuis le haut de la cuve sur la surface de fluide et un capteur CCD analyse le faisceau réfléchi par la surface du fluide. Ainsi, selon la position spatiale du profileur laser, un profil de surface libre peut être récupéré. Cette technique ayant montré son efficacité dans le cadre d'études sur la cohésion particulaire (Bouffard, Bertrand, *et al.*, 2012; Bouffard, Cabana, *et al.*, 2012), le même équipement laser est utilisé ici.

Ce chapitre traite d'abord les 20 profils de surface obtenus avec la méthode du faisceau laser, ensuite il aborde l'analyse du comportement de la profondeur normalisée du vortex par des régressions linéaires et non linéaires.

### 5.1 Résultats

#### 5.1.1 Détection du minimum du profil

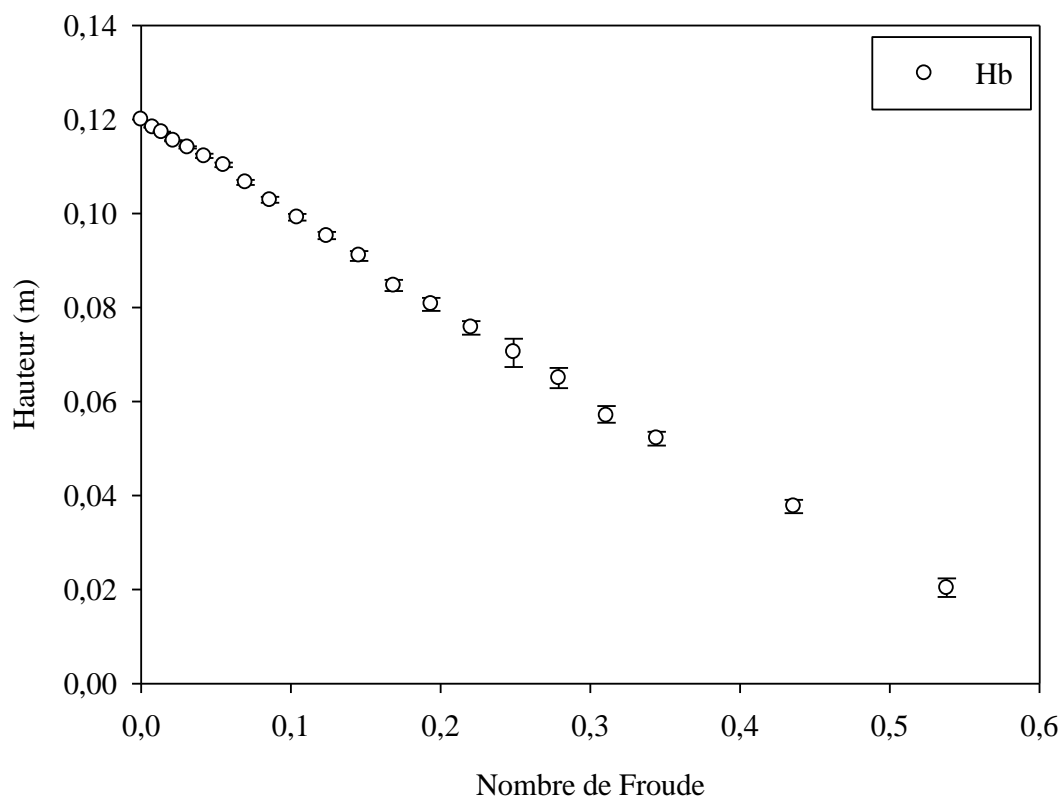
La détection de la profondeur du vortex se fait par repérage de la valeur minimale du profil obtenu initialement. Les 21 valeurs de profondeur sont présentées dans le **Tableau 5.1**. La valeur de Hb au repos ( $Re = 0$ ) est sensée être la même que celle détectée avec la méthode de la photographie latérale (Chapitre 4).

**Tableau 5.1:** Hauteur Hb du faisceau laser

Vitesse (RPM)	Froude	Reynolds	Hauteur Minimale Hb (m)
0	0,000	0,00E+00	0,120
60	0,008	5,26E+03	0,118
80	0,014	7,02E+03	0,117
100	0,022	8,77E+03	0,115
120	0,031	1,05E+04	0,114
140	0,042	1,23E+04	0,112
160	0,055	1,40E+04	0,110
180	0,070	1,58E+04	0,107
200	0,086	1,75E+04	0,103
220	0,104	1,93E+04	0,099
240	0,124	2,11E+04	0,095
260	0,145	2,28E+04	0,091

280	0,169	2,46E+04	0,085
300	0,194	2,63E+04	0,081
320	0,220	2,81E+04	0,076
340	0,249	2,98E+04	0,071
360	0,279	3,16E+04	0,065
380	0,311	3,33E+04	0,057
400	0,344	3,51E+04	0,052
450	0,436	3,95E+04	0,038
500	0,538	4,39E+04	0,020

Telle que présentée dans la **Figure 4.1**, une représentation graphique des mesures de Hb avec leur écarts absolus permet de visualiser une tendance linéaire (**Figure 5.1**). Tout comme dans la sous-section **4.1.3**, une analyse de la profondeur du vortex normalisée sera faite dans la sous-section **5.1.4**.



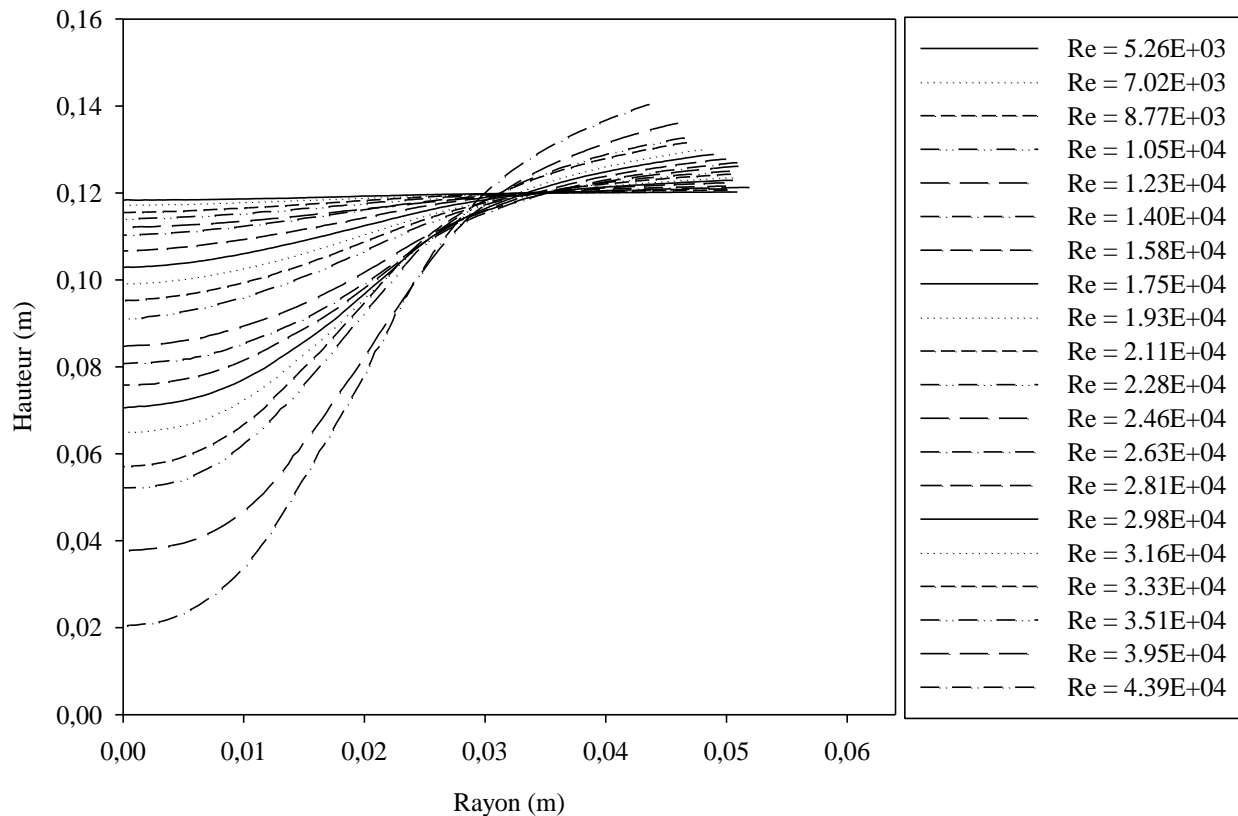
**Figure 5.1:** Faisceau Laser – Mesures de Hb

### 5.1.2 Courbes de surface

La **Figure 5.2** présente 20 profils de surface libre obtenus avec le faisceau laser. Afin d'alléger le graphique, le profil de la surface libre du fluide au repos a été exclu. Tout comme dans la **Figure 4.2**, tous les profils semblent bien appartenir à une même famille de courbes et s'intensifient avec un nombre de Reynolds croissant.

Toutefois, le point de croisement des courbes se situe entre 0,031 et 0,035 m du rayon, soit entre 48 et 55% du rayon nominal. Cela est dû à l'instabilité du vortex à un nombre de Reynolds très élevé ( $Re > 33300$ ).

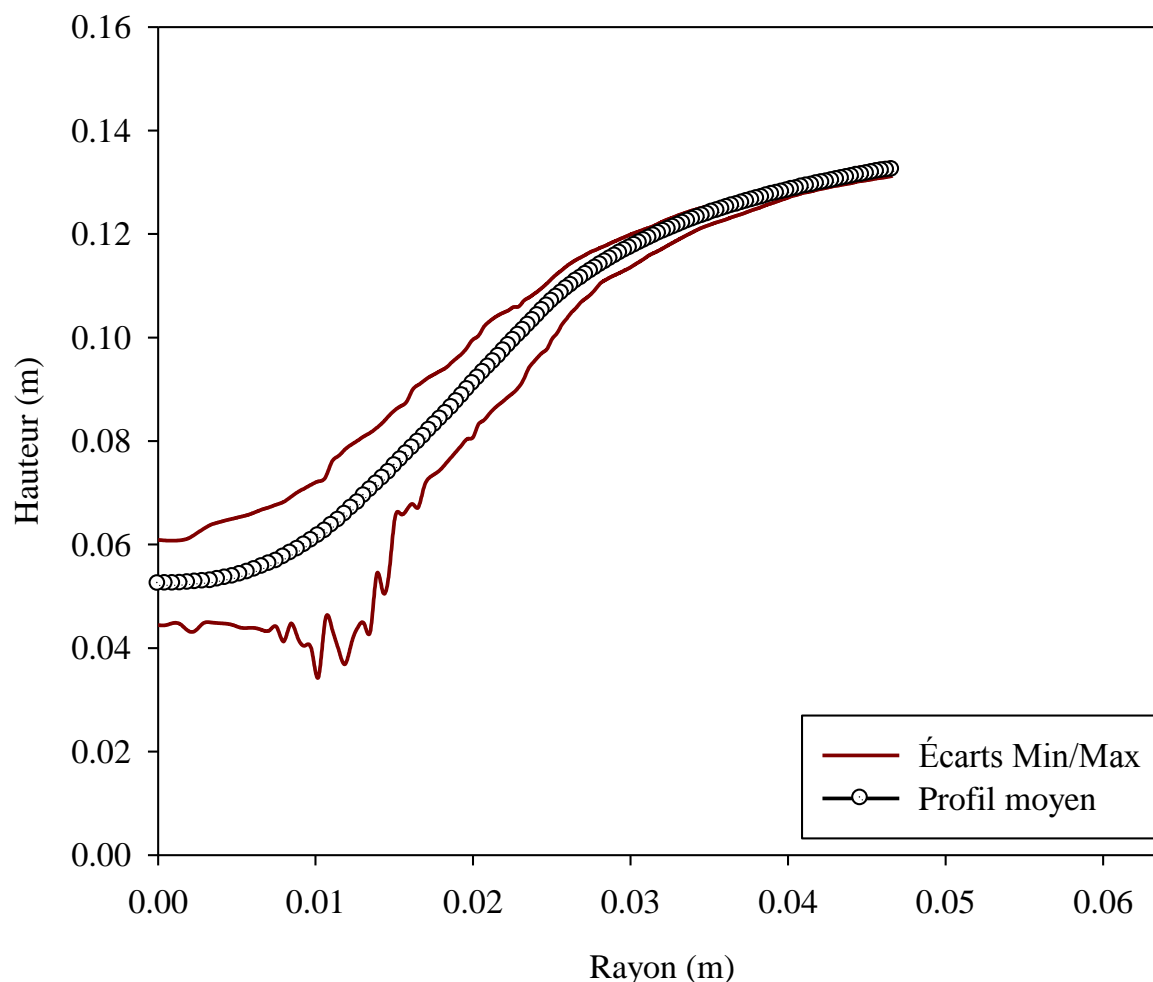
Finalement, les profils de surface libre obtenus avec cette méthode sont incomplets. En effet, la prise de données s'arrête environ vers 80% du rayon de la cuve. Cette absence de données est toutefois la plus petite possible avec une aussi bonne résolution du laser et avec une grande gamme de Froude et Reynolds.



**Figure 5.2:** Courbe des profils de surface libre

### 5.1.3 Écarts minimum et maximum des profils

En plus d'obtenir les profils moyens des 20 expériences, le code SCANMOY (voir sous-section 3.4.3) permet aussi d'extraire les écarts inférieurs et supérieurs plus importants pour chaque point de la résolution (**Figure 5.3**). Cela permet à l'utilisateur de situer la courbe d'un profil de surface dans une zone de probabilité.

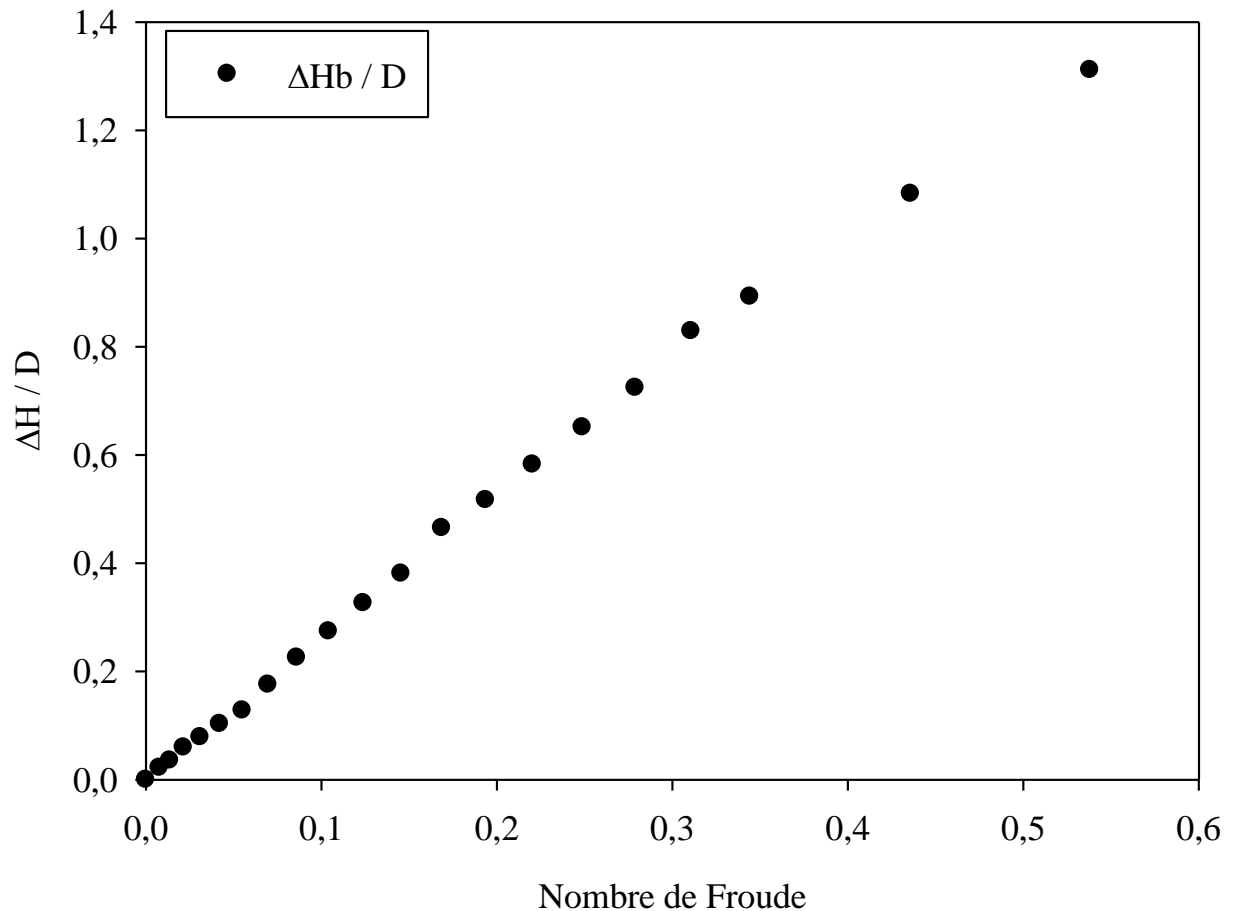


**Figure 5.3:** Profil de surface libre avec des écarts inférieurs et supérieurs à  $Re = 35100$

### 5.1.4 Analyse de la profondeur du vortex normalisée

Cette analyse de la profondeur du vortex est basée sur l'Équation 4.1. La **Figure 5.4** présente les données brutes des variations  $\Delta H_b / D$  détectées par la caméra CCD. Comme mentionnées à la sous-section 5.1.1, la variation des profondeurs normalisées est presque linéaire.

Toutefois, afin de vérifier les résultats trouvés dans la section **4.1.3**, une analyse comparative entre ces données et celles obtenues à partir d'approximations par régressions linéaires et non linéaires est faite par la suite.

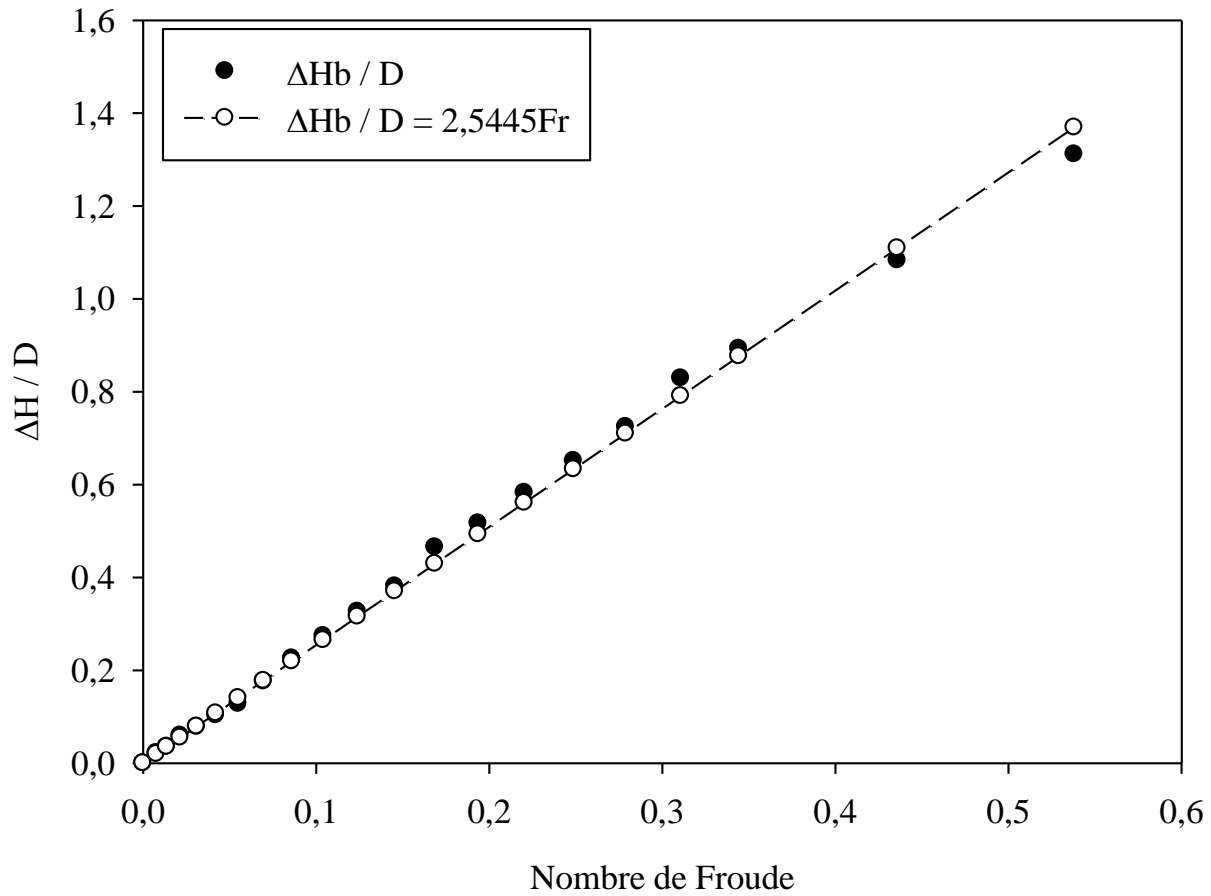


**Figure 5.4:** Profondeur normalisée  $\Delta H_b / D$

#### 5.1.4.1 Régression linéaire de type $\Delta H_b / D = kFr$ vs. $Fr$

Une régression linéaire de type  $\Delta H_b / D = kFr$  est utilisée dans cette partie afin de faire une approximation des données expérimentales obtenues avec le faisceau laser. L'approximation est visualisable dans la **Figure 5.5** et le coefficient de régression linéaire  $k_b$  ainsi que la somme des moindres carrés sont présentés dans le **Tableau 5.2**.





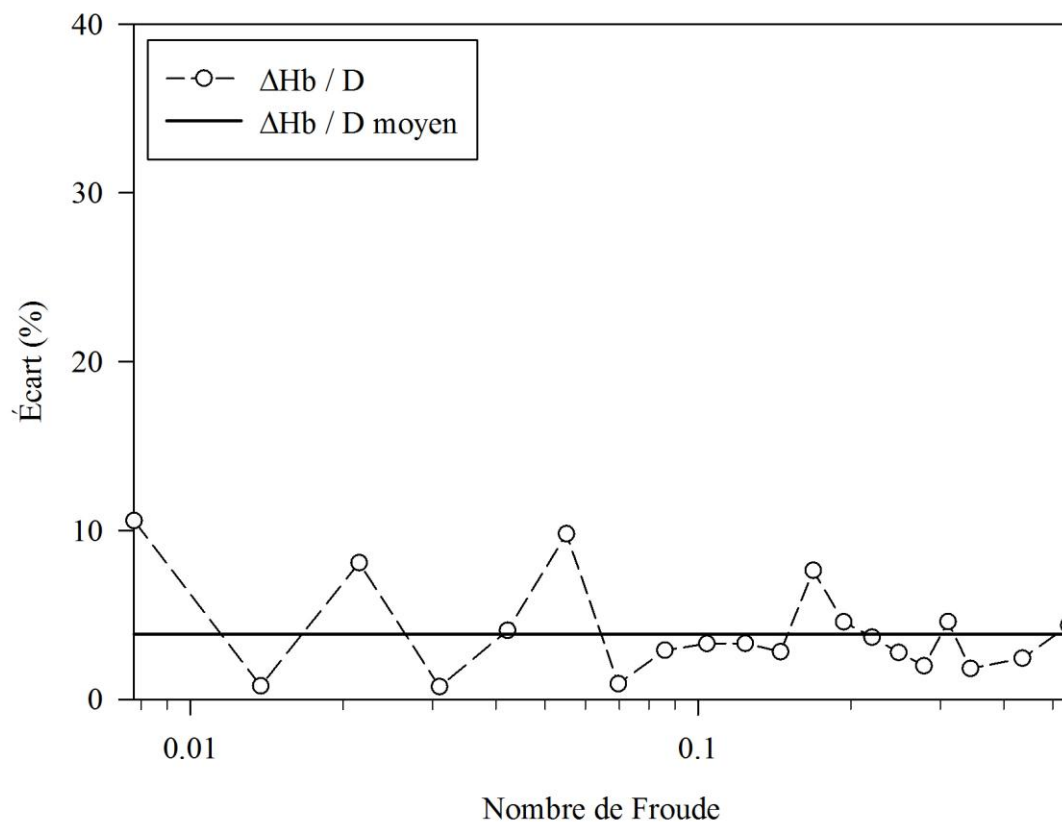
**Figure 5.5:** Régression linéaire de type:  $\Delta H_b / D = kFr$

**Tableau 5.2:** Coefficients de la régression linéaire

Coefficient	Valeur	R <sup>2</sup>
$k_b$	2,5445	0,9968

Bien que le coefficient des moindres carrés ( $R^2$ ; **Tableau 5.2**) soit excellent, une analyse sur l'écart relatif entre cette approximation linéaire et les données est faite afin de vérifier l'approximation. La **Figure 5.6** montre les écarts relatifs pour les 21 valeurs des profondeurs

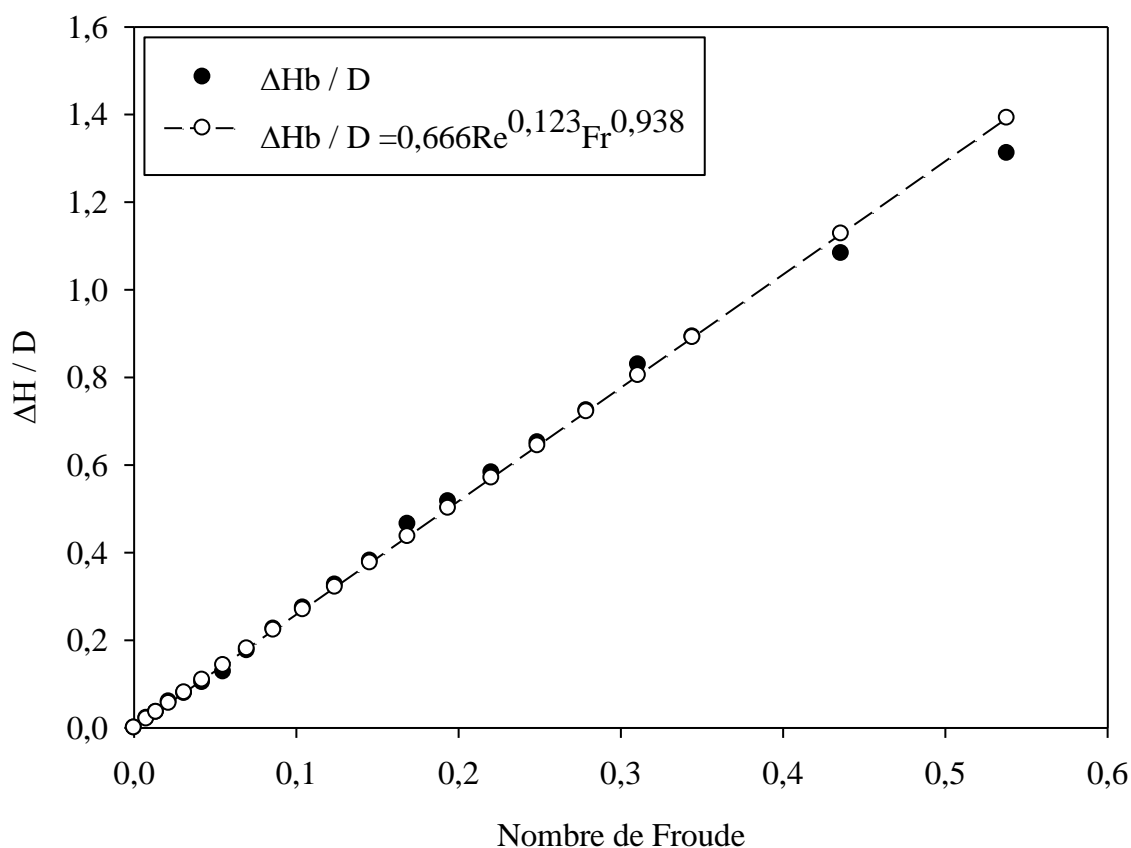
normalisées. Ces écarts ne dépassent pas 11% (courbe cerclée) et disposent d'une moyenne générale de 3,9% (courbe horizontale).



**Figure 5.6:** Écart de la régression linéaire

#### 5.1.4.2 Régression non linéaire de type $\Delta H_b / D = C Re^a Fr^b$ vs. Fr

Une régression non linéaire de type  $\Delta H_b / D = C Re^a Fr^b$  est utilisée pour faire une approximation des données expérimentales. L'approximation non linéaire est présentée dans la **Figure 5.7** et les coefficients de la régression linéaire sont présentés dans le **Tableau 5.3**.

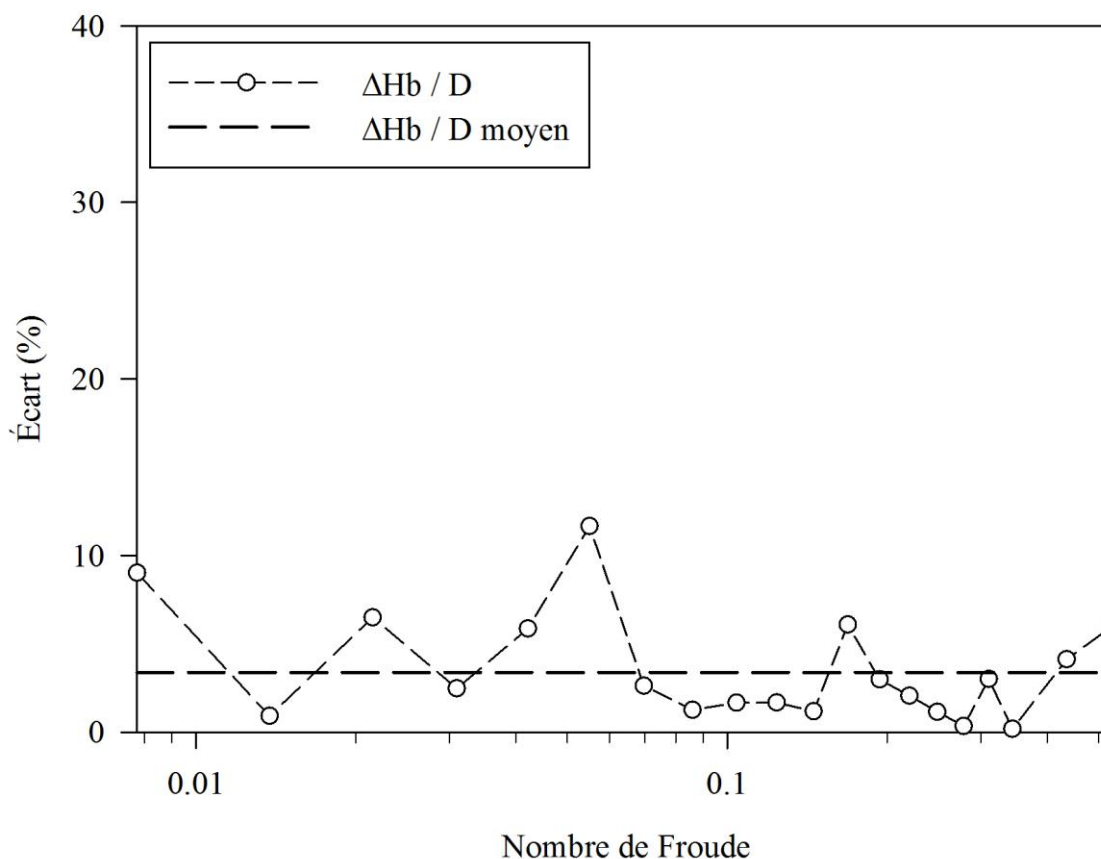


**Figure 5.7:** Régression non linéaire de type:  $\Delta Hb / D = CRe^a Fr^b$

**Tableau 5.3:** Coefficients de la régression non linéaire

Facteur de forme C	Valeur	Coefficient a	Valeur	Coefficient b	Valeur
$C_b$	0,666	$a_b$	0,123	$b_b$	0,938

De la même manière qu'avec la régression linéaire, une étude sur les écarts a été faite. La **Figure 5.8** montre l'écart entre les données expérimentales et l'approximation non linéaire pour chacun de 21 valeurs de  $\Delta Hb / D$ . Les écarts sont bornés supérieurement à 12% (courbe cerclée) et leur moyenne générale est de 3,4% (courbe horizontale).

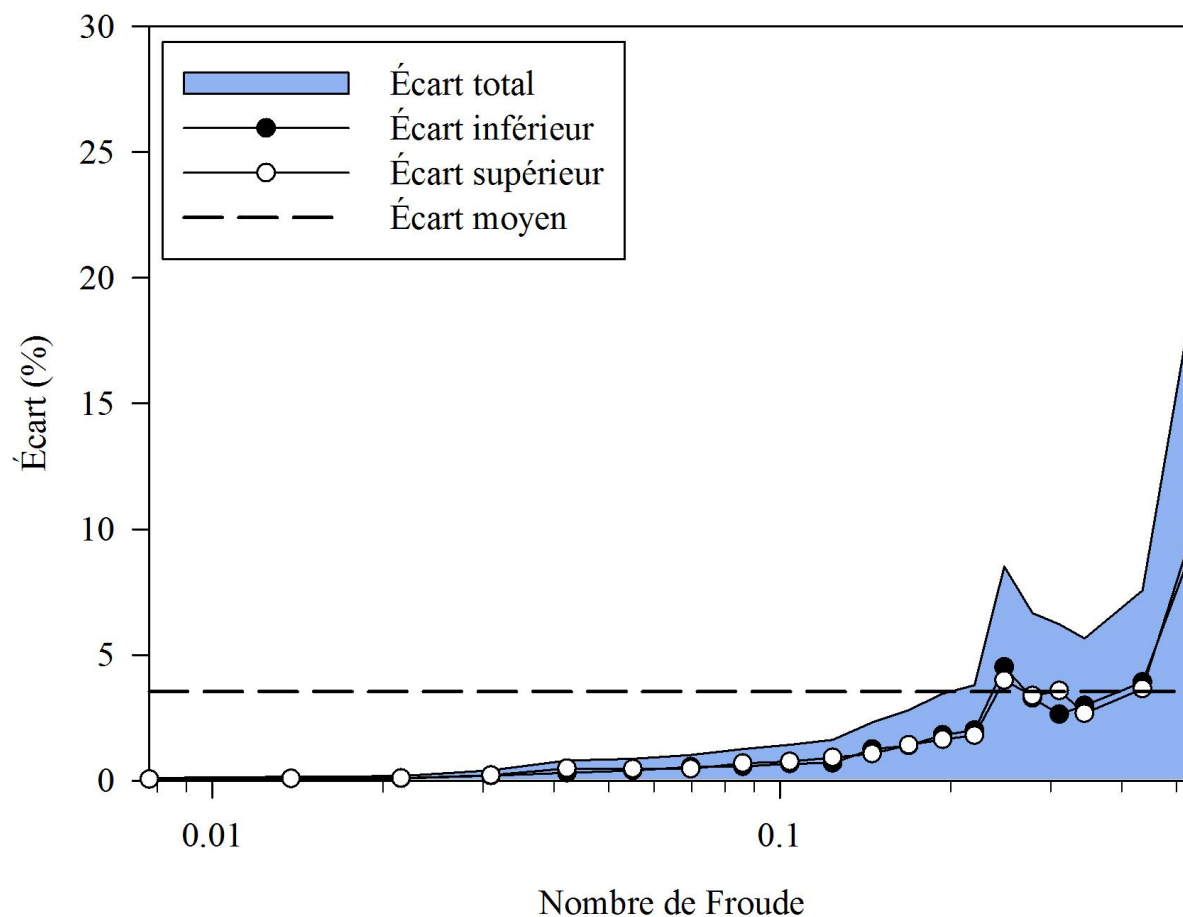


**Figure 5.8:** Écart de la régression non linéaire

## 5.2 Niveau de précision des résultats

La méthode développée avec le profileur laser permet d'obtenir un profil de surface moyen très similaire à celui prédit par les équations de Nagata (voir section 7.2). Cette dernière peut aussi définir une zone dans laquelle le profil de surface en question se trouve en tout temps. Étant donné que le niveau de précision de lecture du laser est de l'ordre du micron, la précision analysée dans cette section est uniquement fonction de la zone de probabilité.

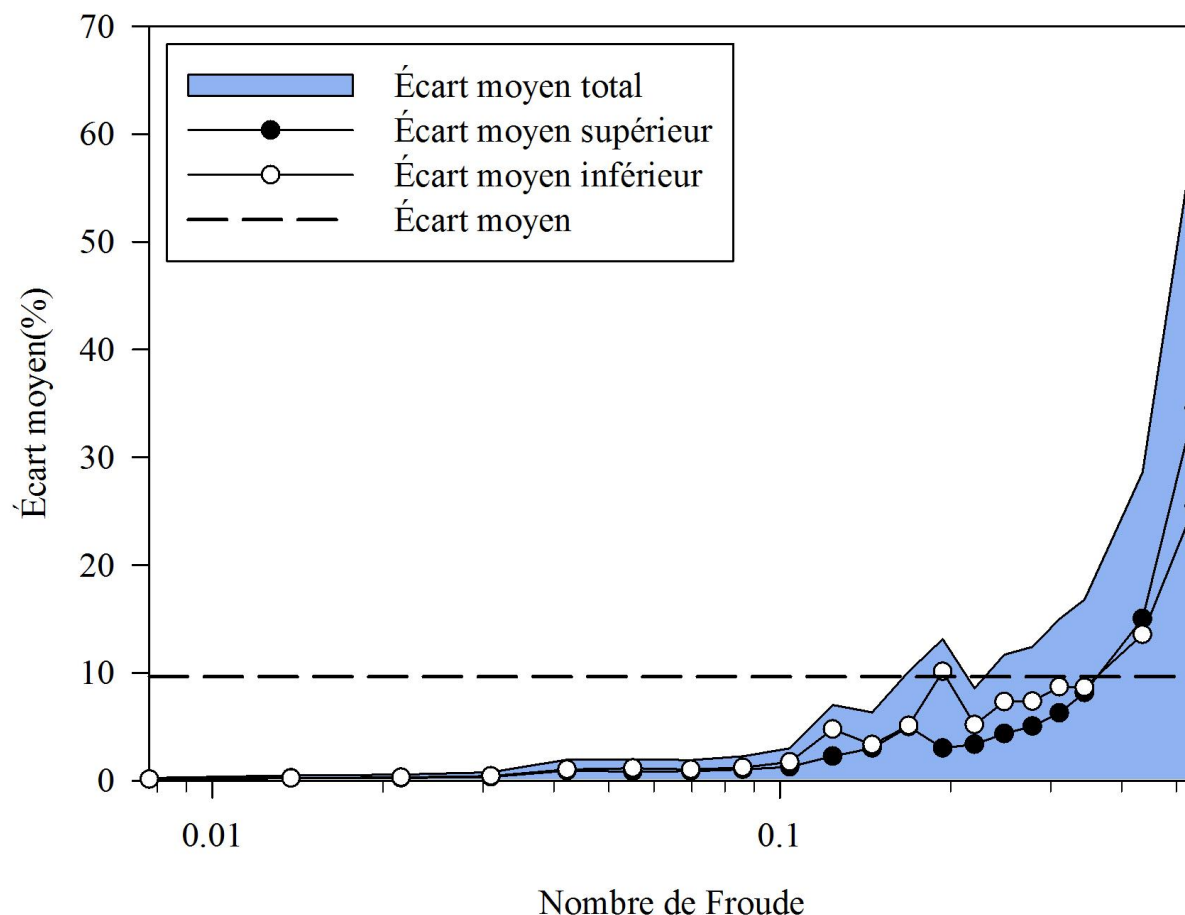
La lecture de la profondeur du vortex est une source considérable d'écarts de mesure (**Figure 5.9**). En effet, les écarts de mesure entre les extrêmes de la zone et la courbe du profil moyen s'agrandissent en fonction des nombres de Froude et de Reynolds. Toutefois, l'écart moyen de mesure de Hb demeure à une valeur acceptable de 3,5%.



**Figure 5.9:** Écarts inférieurs et supérieurs de la mesure de Hb

Sur un plan plus global, la **Figure 5.10** montre les écarts moyens obtenus pour chaque profil observé. C'est-à-dire qu'un point sur ce graphique représente la moyenne de tous les écarts des points d'un profil donné.

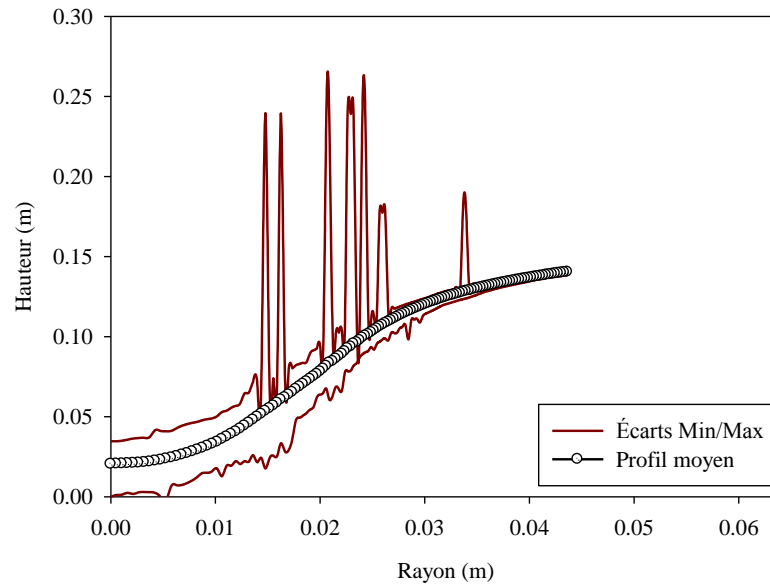
Ainsi, la conclusion est presque identique qu'auparavant : les écarts augmentent en fonction des nombres de Froude et de Reynolds, mais cette augmentation a plutôt une tendance exponentielle.



**Figure 5.10:** Écart moyen général de la méthode du Faisceau Laser

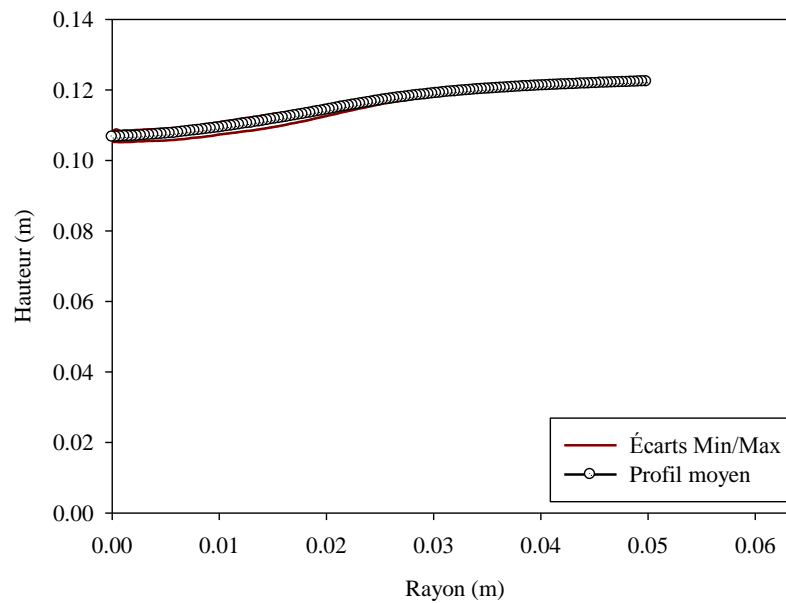
Même avec un écart général de 10%, la somme des écarts inférieurs et supérieurs est bornée par 60%. Cette tendance exponentielle est due aux instabilités créées dans le vortex avec des nombres de Reynolds et de Froude élevés.

Ces instabilités se manifestent par des pics de niveau de surface qui affectent notablement le profil radial du vortex (**Figure 5.11**). Ces pics de lecture erronés sont provoqués par certains angles de lumière qui interfèrent avec le faisceau laser du profileur et qui induisent une perturbation au niveau de la triangulation de la profondeur.



**Figure 5.11:** Profil de surface libre avec écarts inférieurs et supérieurs à  $Re = 43900$

À des nombres de Reynolds et de Froude plus faibles, les instabilités dans le vortex ne sont pas présentes. Cette stabilité se traduit par des courbes d'écarts inférieurs et supérieurs pratiquement superposées (**Figure 5.12**).



**Figure 5.12:** Profil de surface libre avec écarts inférieurs et supérieurs à  $Re = 15800$

## CHAPITRE 6 DÉTECTION DU VORTEX PAR ÉCHELLE DES GRIS

La méthode de caractérisation du vortex dans une cuve agitée est la méthode des échelles de gris (EDG). En observant la cuve de mélange depuis le haut, elle détecte toute la surface libre dans le système. En effet, avec une photographie du haut de la surface libre, cette méthode permet de détecter la dimension manquante : la hauteur. Telles que mentionnées dans la section 3.5, les échelles de gris dans la photographie sont associées à un gradient de hauteur. Ainsi, un modèle tridimensionnel est obtenu suite à l'exécution du code FORTRAN (GILS.EXE).

Ce chapitre traite d'abord les résultats tridimensionnels de l'échelle des gris. Ensuite, tout comme avec les autres méthodes, il expose les résultats d'analyse obtenus à partir de 20 profils de surface libre.

### 6.1 Résultats

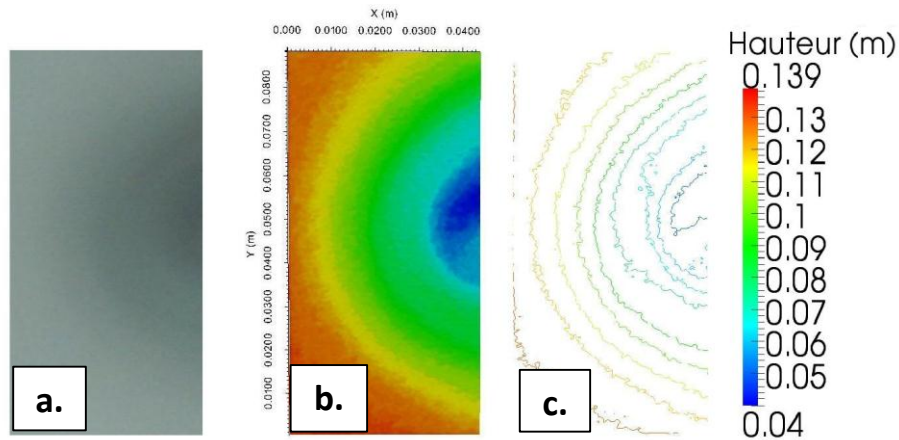
#### 6.1.1 Modèle tridimensionnel de la surface libre

La méthode des échelles de gris permet de développer un modèle tridimensionnel à partir d'une image source. La **Figure 6.1** montre comment, à partir d'une image en échelles de gris (**Figure 6.1.a**), le modèle de l'échelle des gris interprète l'image et attribue des hauteurs étalonnées à tous les pixels du domaine (**Figure 6.1.b**).

Afin de mieux visualiser l'attribution des hauteurs, une image représentant les principales lignes de hauteur est présentée à la **Figure 6.1.c**. En effet, cette image permet de voir que les hauteurs sont conservées sur le contour du vortex.

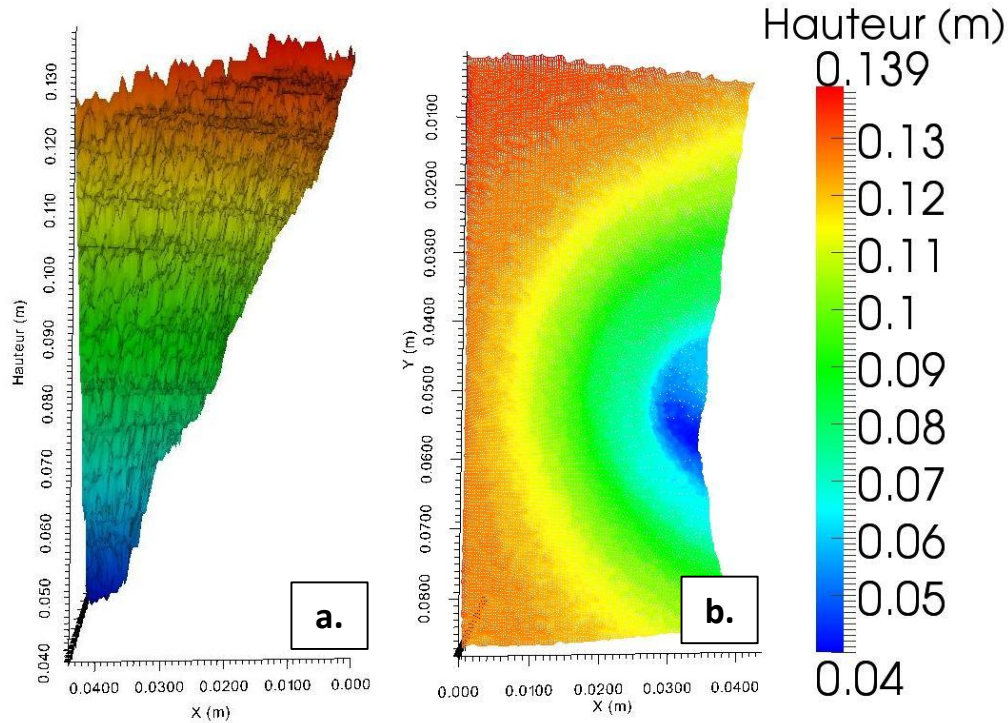
Compte tenu du fait que la meilleure combinaison des conditions expérimentales dispose de la caméra en position excentrée (**Figure 6.1.a**), le modèle obtenu ne traite que la moitié du système de mélange.





**Figure 6.1:** Modèle 3D de la surface libre avec photo source ( $Re = 39500$ ; plan visuel : XY; **a.** Image source ; **b.** Résultats EDG ; **c.** Lignes de courant de l'hauteur du modèle)

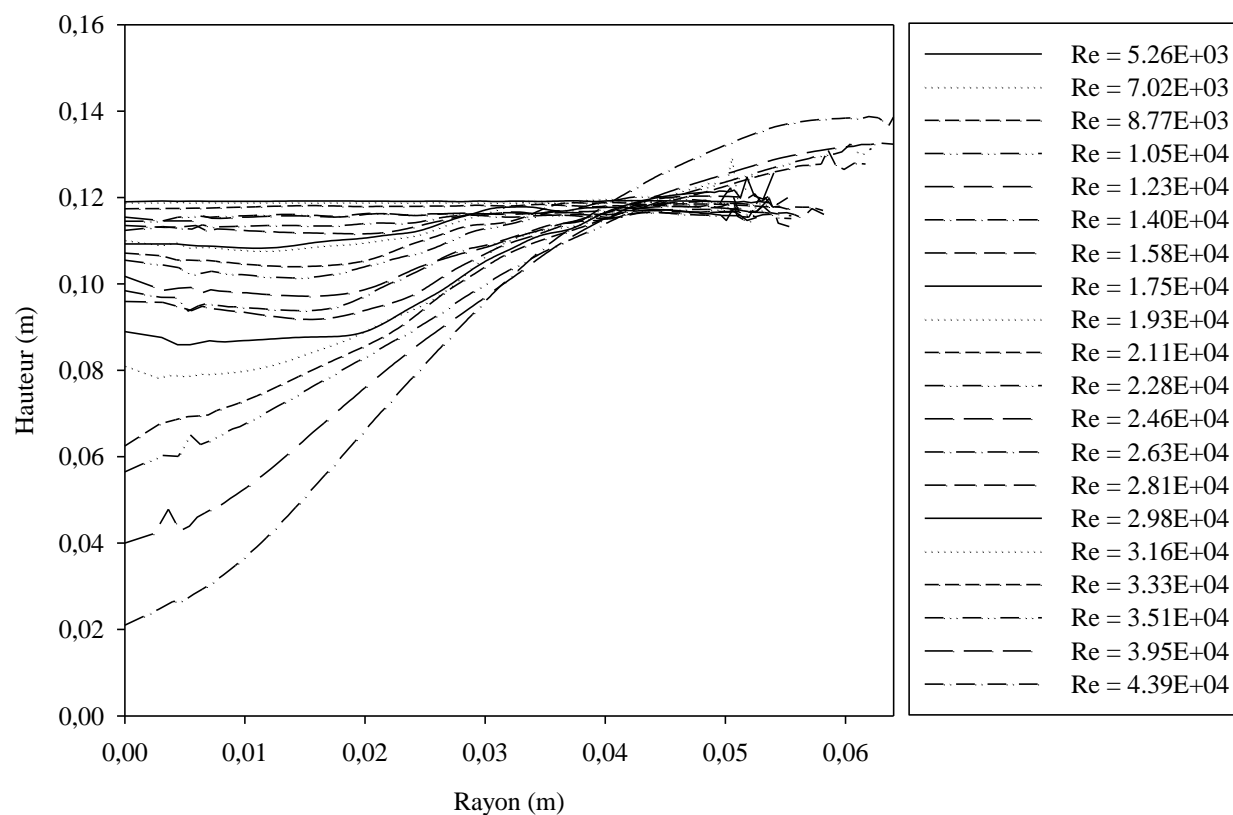
Sur un plan de coupe différent (**Figure 6.2.a**), il est possible de voir la forme du profil de la surface libre selon la profondeur du vortex. La **Figure 6.2.b** montre le domaine finement maillé (69080 éléments quadratiques) de la surface libre obtenue sur le plan XY.



**Figure 6.2:** Modèle tridimensionnel de la surface libre ( $Re = 39500$  ; **a.** Modèle 3D de EDG sur le plan XZ ; **b.** Modèle 3D de EDG sur le plan XY)

### 6.1.2 Courbes de profil après lissage

La **Figure 6.3** montre les 20 profils de surface libre obtenus avec la méthode de l'échelle des gris. Le profil de la surface libre du fluide au repos a été exclu afin d'alléger le graphique. Tous les profils semblent bien appartenir à une même famille de courbes et s'intensifient avec des nombres de Reynolds et de Froude croissants. Toutefois, la similarité des tendances des courbes est moins évidente que celle vue dans les chapitres précédents (Chapitre 4 et 5).



**Figure 6.3:** Courbes de profil de surface libre

En effet, il semble y avoir une petite séparation des tendances entre les courbes avant et après un nombre de Reynolds de 33300. Aussi, le point de croisement des courbes se situe entre 0,039 et 0,044 m du rayon, soit entre 61 et 69% du rayon nominal.

Une analyse comparative de ces tendances sera faite dans la sous-section **7.2.1**.

## 6.2 Niveau de précision des résultats

L'étude de la précision des résultats est quelque peu différente de celles effectuées précédemment (sections 4.2 et 5.2). En effet, l'analyse des précisions dans la méthode de l'échelle des gris dépend majoritairement de la qualité de l'image capturée. Bien que dans le code GILS, un traitement de filtrage et de détection du vortex soit effectué, les erreurs prédominantes proviennent de l'image source. C'est-à-dire que les erreurs dominantes dans la méthode sont intrinsèques à la capture photographique du domaine d'étude. Cela fait en sorte qu'une analyse des écarts de mesure de la méthode n'est presque pas envisageable.

Toutefois, en observant la variabilité des erreurs lors de l'étude des combinaisons des conditions expérimentales (sous-section 3.5.5), il serait possible de comparer qualitativement le rapport entre les erreurs provenant de l'image source et celles provenant du traitement d'image. Les erreurs provenant de l'image source sont prédominantes d'au moins un facteur 10 sur celles intrinsèques au traitement d'image (GILS.EXE; possibles erreurs d'approximation, pondération et/ou filtrage de données).

## CHAPITRE 7 ANALYSE ET COMPARAISON DES RÉSULTATS

Suite à la présentation des résultats obtenus avec les trois méthodes expérimentales, une analyse comparative des méthodes est effectuée dans ce chapitre. Comme chaque méthode dispose de ses avantages ainsi que de ses inconvénients, une comparaison est aussi effectuée dans la section 7.4. L'analyse comparative est effectuée en adoptant le modèle théorique de Nagata (Nagata, 1975) comme base de comparaison pour les différents résultats.

Ainsi, il est tout d'abord pertinent d'analyser son modèle et de visualiser les profils de surface libre obtenus avec ce dernier.

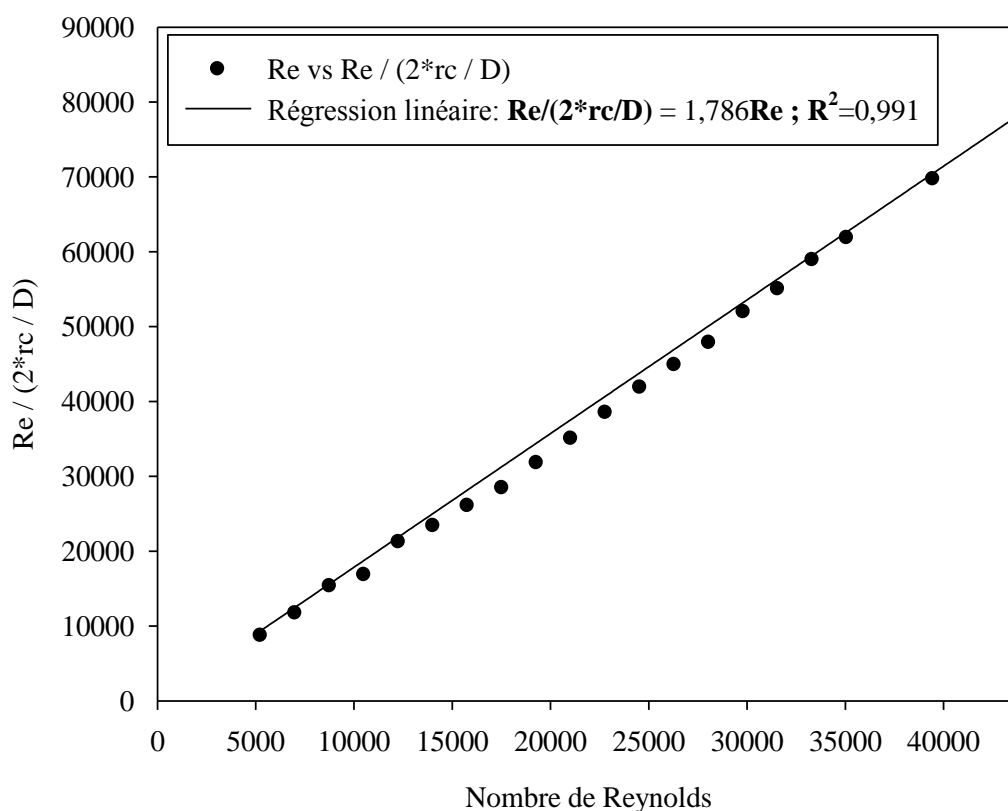
### 7.1 Méthode de Nagata (Nagata, 1975)

Cette section est entièrement consacrée à la reproduction des courbes de profil de surface libre en utilisant le modèle développé par Nagata. Afin de retrouver les profils, il faut tout d'abord connaître quels sont les rayons critiques inhérents au système de mélange en agitation (voir **Équation 2.14**). Par la suite, il est possible de représenter la famille des courbes des profils de surface en fonction du rayon de la cuve.

#### 7.1.1 Rayons critiques

La **Figure 7.1** montre le ratio entre le nombre de Reynolds et le rayon critique normalisé dans la cuve en fonction du nombre de Reynolds. Tout comme dans les travaux de Nagata, cette représentation graphique possède une tendance linéaire croissante.

Toutefois, dans (Nagata, 1975) cette tendance linéaire s'approxime par une droite dont la pente est 1,625, tandis que dans ce travail la pente est de 1,786. Bien que ces valeurs diffèrent de presque 10%, le ratio moyen entre les rayons critiques et  $D / 2$  équivaut à celui donné dans l'ouvrage de Nagata, soit d'environ 0,6.



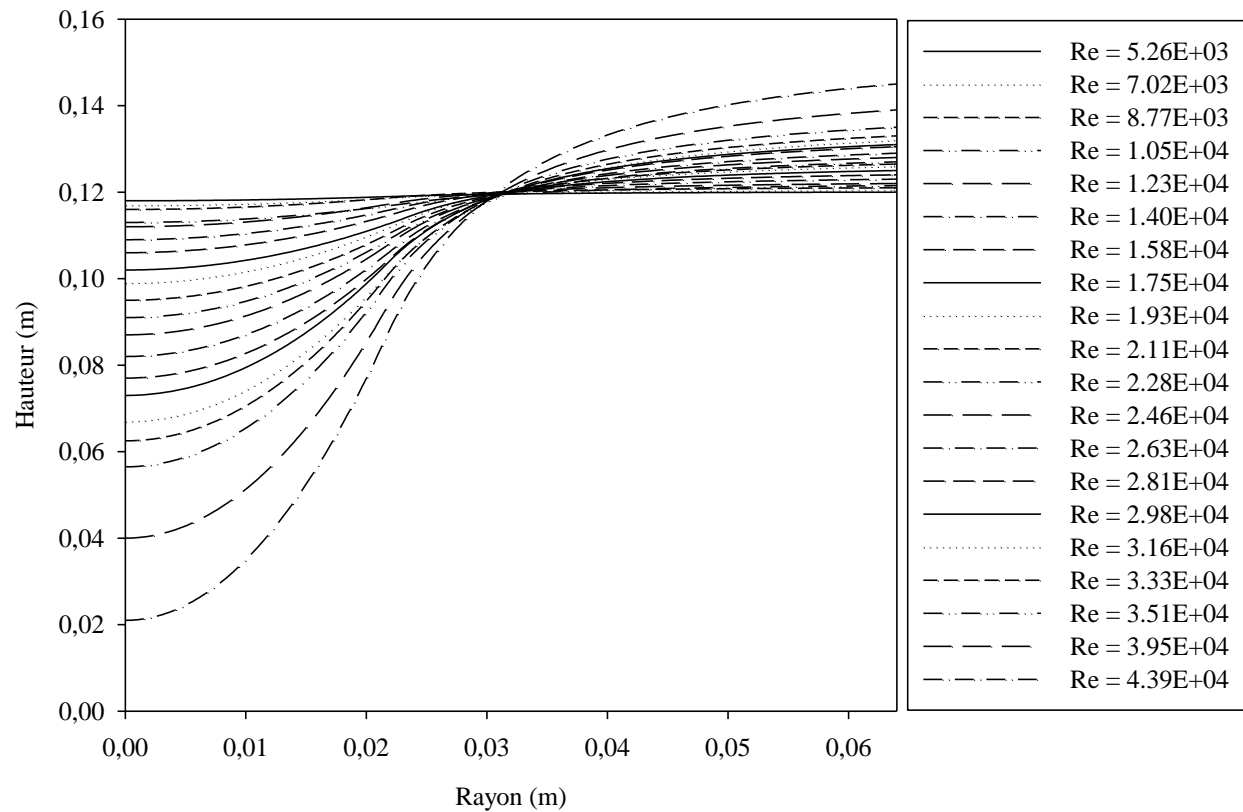
**Figure 7.1:** Diagramme de  $Re / (2*rc / D)$  vs.  $Re$

De plus, la tendance demeure toujours linéaire (pente : 1,767) si le nombre de Froude est utilisé au lieu du nombre de Reynolds.

### 7.1.2 Profils de surface

Suite à la validation des rayons critiques de Nagata, la relation qui permet d'estimer les profils de surface libre selon le modèle de Nagata est développée (voir **Équation 2.12** et **Équation 2.13**).

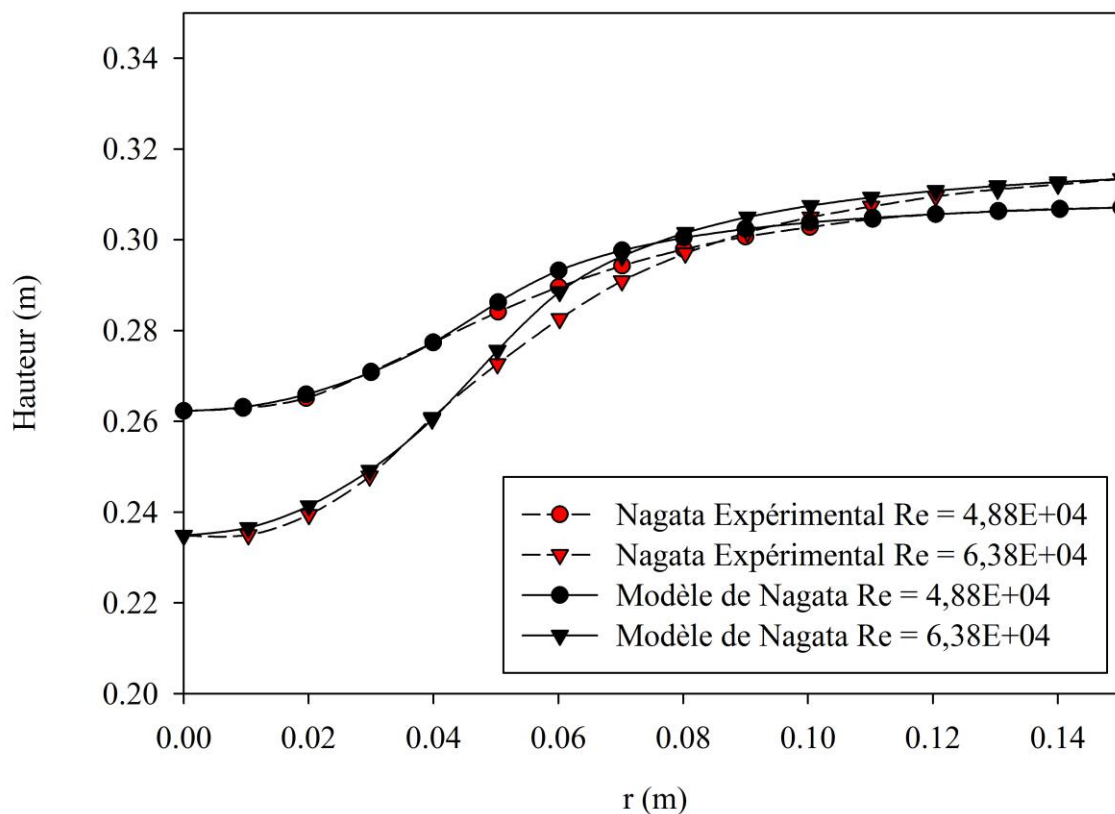
La **Figure 7.2** présente les profils de surface libre obtenus avec le modèle de Nagata dans le but de les comparer avec ceux obtenus par les méthodes développées dans ce mémoire (voir section 7.2). Tout comme dans les autres figures de courbes de profil de surface (**Figure 4.2**, **Figure 5.2** et **Figure 6.3**), la surface au repos n'a pas été représentée afin d'alléger le graphique. De plus, le point de croisement des courbes se situe à 50% du rayon du système. Ces profils de surface serviront de base de comparaison pour la validation des méthodes dans la section suivante.



**Figure 7.2:** Courbes de profil de surface libre selon le modèle de Nagata

Bien que les profils montrés dans la **Figure 7.2** soient lisses et appartiennent clairement à une même famille de courbes, les équations les régissant disposent elles aussi d'écarts significatifs vis-à-vis des profils obtenus expérimentalement.

En effet, (Nagata *et al.*, 1955) comparent les résultats expérimentaux avec ceux obtenus par leur modèle (voir **Figure 2.2**). En utilisant cette figure, les coordonnées des résultats expérimentaux réalisés avec de l'eau ont été extraites et reproduites afin de trouver les écarts moyens et maximaux entre les courbes (**Figure 7.3**).



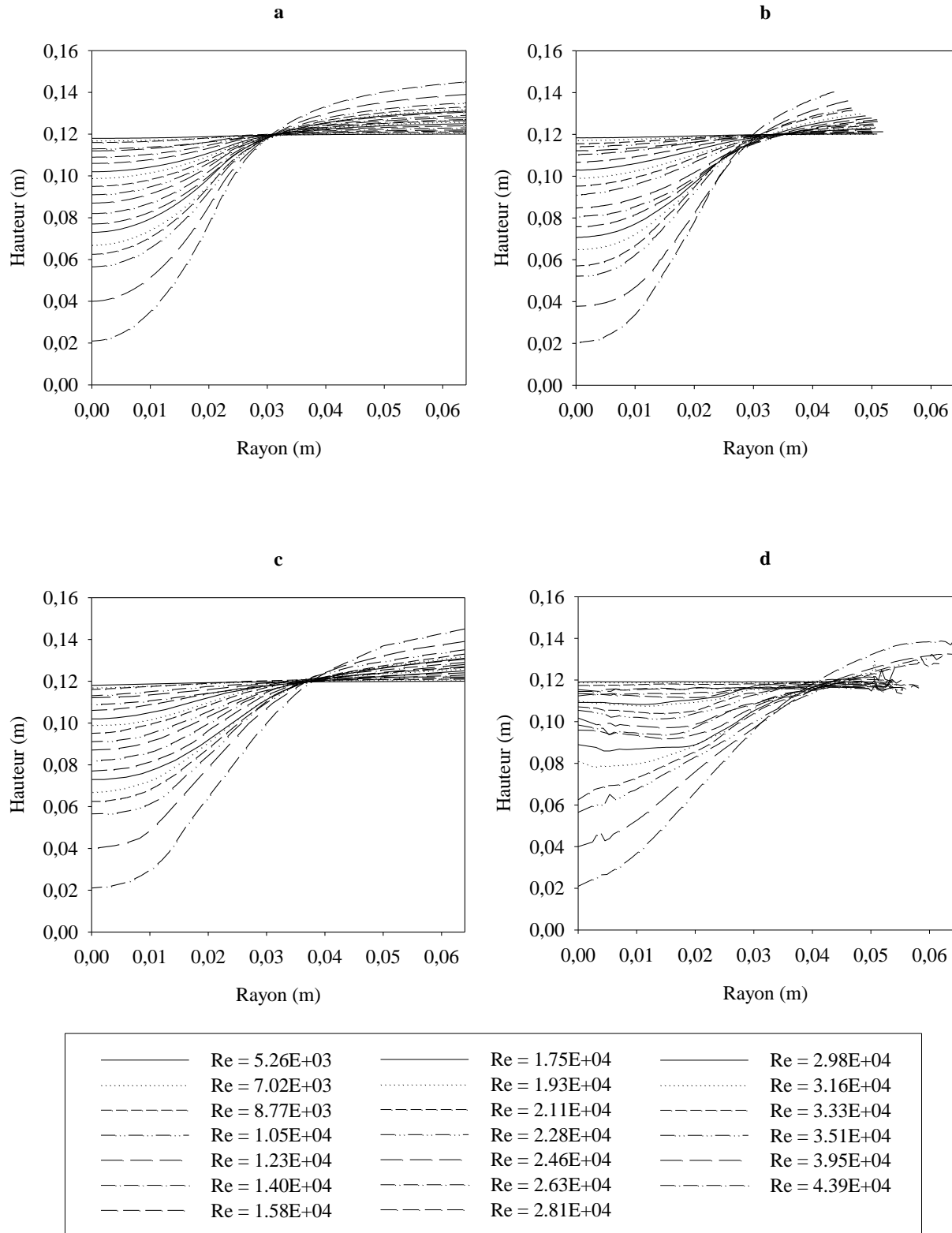
**Figure 7.3:** Résultats de Nagata avec de l'eau ( $\mu = 1\text{cp}$ )

Après analyse de ces deux résultats, le modèle de Nagata dispose d'un écart moyen et d'un écart maximal atteignant respectivement 3% et 5,8% par rapport aux profils de surface observés expérimentalement.

## 7.2 Comparaison des profils des différentes méthodes

### 7.2.1 Profils de surface libre

Les profils de surface présentés dans les chapitres précédents sont rassemblés dans la **Figure 7.4** afin de faciliter la comparaison des tendances.



**Figure 7.4:** Profils de surface libre (**a.**Nagata; **b.**Faisceau Laser; **c.**Photographie Latérale; **d.**EDG)



En comparant les différentes familles des courbes de surface (**Figure 7.4**), les tendances semblent être les mêmes : la cambrure du profil du vortex s'intensifie avec un plus grand nombre de Reynolds tout en ayant un point de croisement commun.

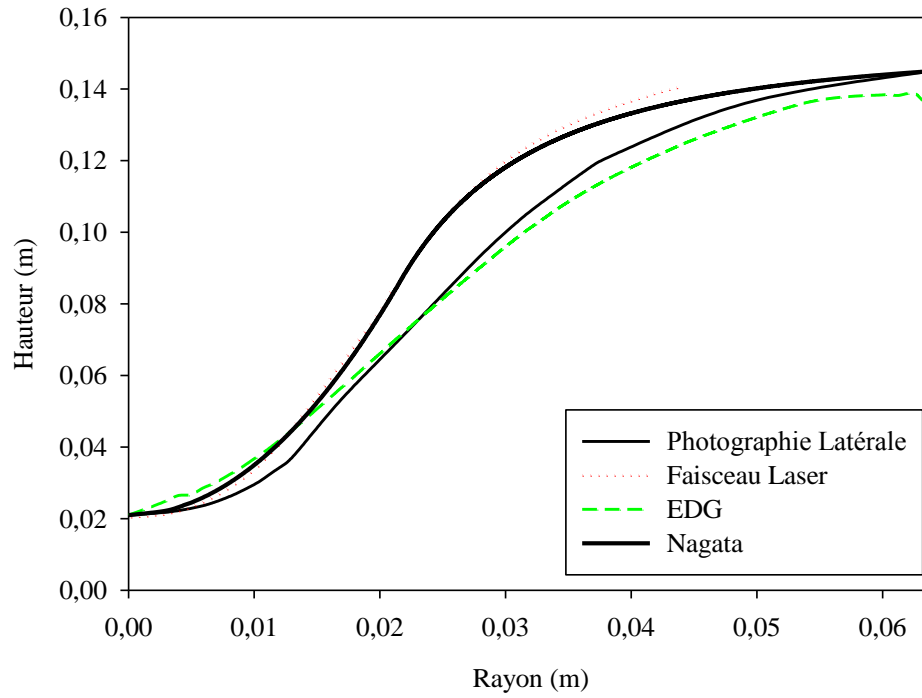
Toutefois, la méthode de la photographie latérale et celle du faisceau laser présentent une meilleure correspondance avec le modèle de Nagata. En plus, les points de croisement ne se situent pas à la même valeur du rayon.

En effet, la méthode du faisceau laser dispose du point de croisement moyen des courbes ayant le plus petit écart avec celui de Nagata (**Tableau 7.1**). Néanmoins, bien que la méthode du faisceau laser soit la plus exacte, c'est la méthode de la photographie latérale qui demeure la plus précise (3%) en tenant compte de la fourchette d'écart des points de croisement.

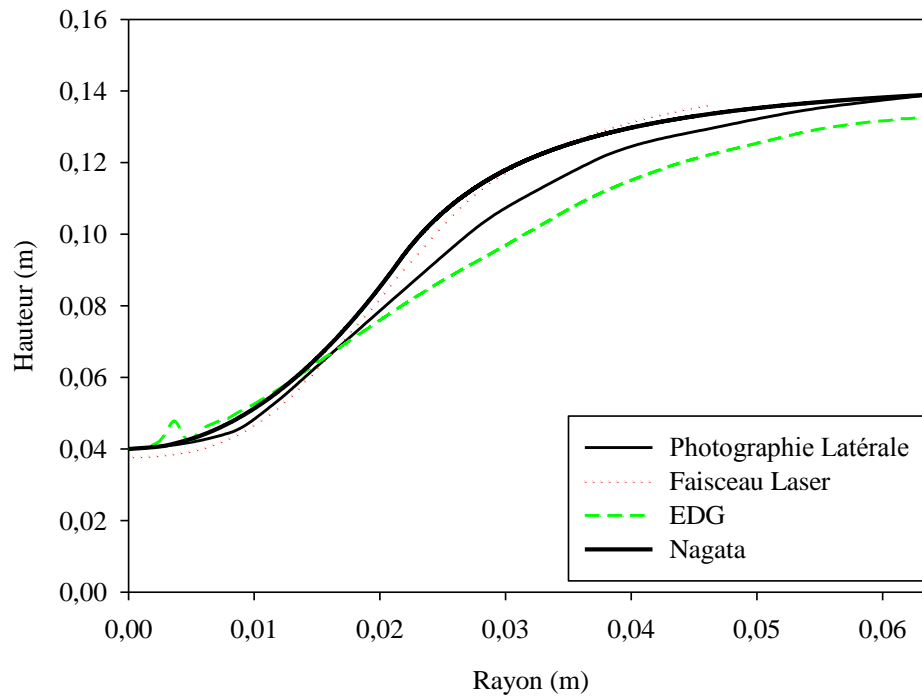
**Tableau 7.1:** Points de croisements des courbes de surface libre des différentes méthodes

Méthode	Point de croisement moyen (%)	Fourchette d'écart (%)
Nagata	50	1 (de 49,5 à 50,5)
Photographie latérale	60	3 (de 58 à 61)
Faisceau laser	51,5	7 (de 48 à 55)
EDG	65	8 (de 61 à 69)

En adoptant une perspective différente, la **Figure 7.5** et la **Figure 7.6** montrent les profils de surface des différentes méthodes à un nombre de Reynolds fixé.



**Figure 7.5:** Profils de surface libre pour  $Re = 43900$



**Figure 7.6:** Profils de surface libre pour  $Re = 39500$

À la lumière des résultats obtenus, il apparaît que les trois méthodes étudiées dans ce mémoire se rapprochent considérablement de la tendance des courbes de Nagata. Toutefois, à ce stade il semble que la méthode du faisceau laser est celle qui s'approche le mieux du modèle de Nagata. Bien qu'elle soit celle qui semble approximer le mieux les courbes du modèle de Nagata, la méthode du faisceau laser présente de pics de lecture erronée qui se multiplient avec une croissance du nombre de Reynolds (voir **Figure 5.3**)

Afin de d'affiner cette analyse, la section suivante est dédiée à une étude des tendances des différentes méthodes avec des régressions des moindres carrés, des écarts moyens et maximaux.

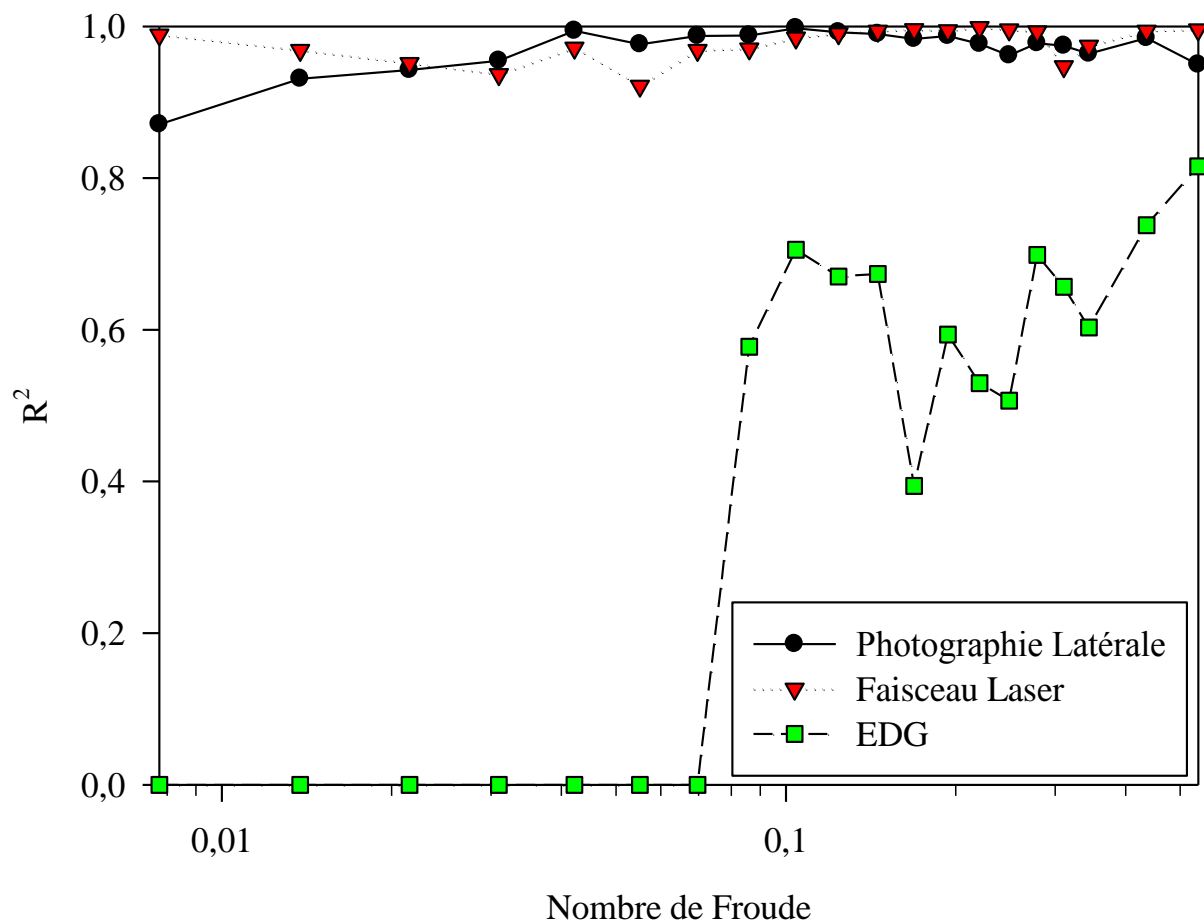
## 7.2.2 Régression des moindres carrés et écarts

### 7.2.2.1 Résultats des régressions

Une étude des moindres carrés a été réalisée entre les résultats des trois méthodes et les profils théoriques de Nagata. Comme expliqué en détail dans la section **3.6**, les profils théoriques de Nagata sont la base à laquelle les trois séries de résultats sont comparées.

Ainsi, il est possible de visualiser dans la **Figure 7.7** la tendance des coefficients de régression ( $R^2$ ) selon le nombre de Froude pour chacune des trois méthodes étudiées. Parmi les trois techniques optiques, celle du faisceau laser et celle de la photographie latérale disposent des valeurs de  $R^2$  très proches de 1. Les tendances de ces deux méthodes demeurent relativement linéaires dans la gamme de vitesses étudiées.

Toutefois, la méthode de l'échelle des gris n'a pas de valeurs de  $R^2$  aussi intéressantes que les deux autres. Néanmoins, l'évolution des sommes des carrés est de nature croissante.

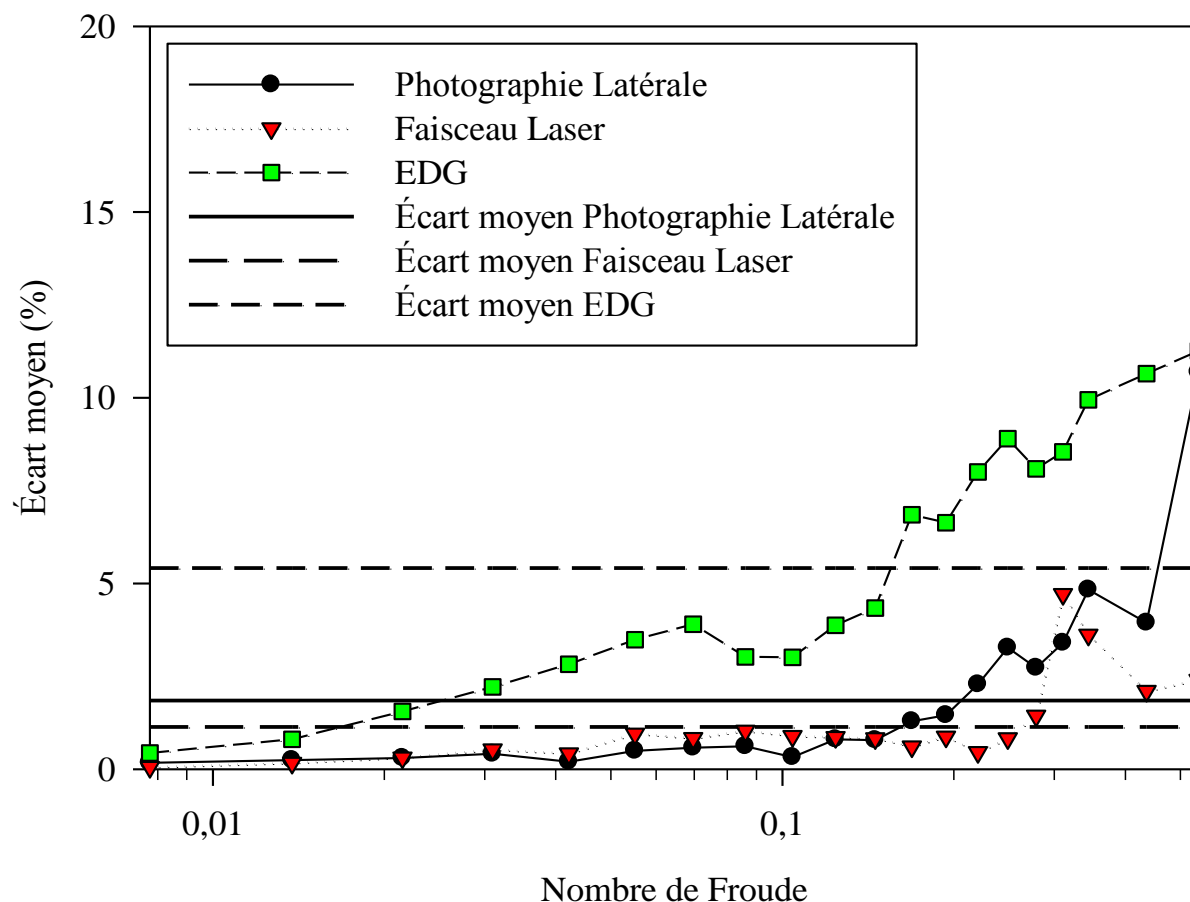


**Figure 7.7:** Comparaison des méthodes par rapport à Nagata avec des moindres carrés

A nouveau, la méthode du laser semble demeurer la plus précise quant à la prédiction des formes des profils de surface libre. Cependant, une étude des écarts moyens et maximaux entre les résultats obtenus et ceux de Nagata permet une analyse plus approfondie.

#### 7.2.2.2 Évolution des écarts moyens et maximaux

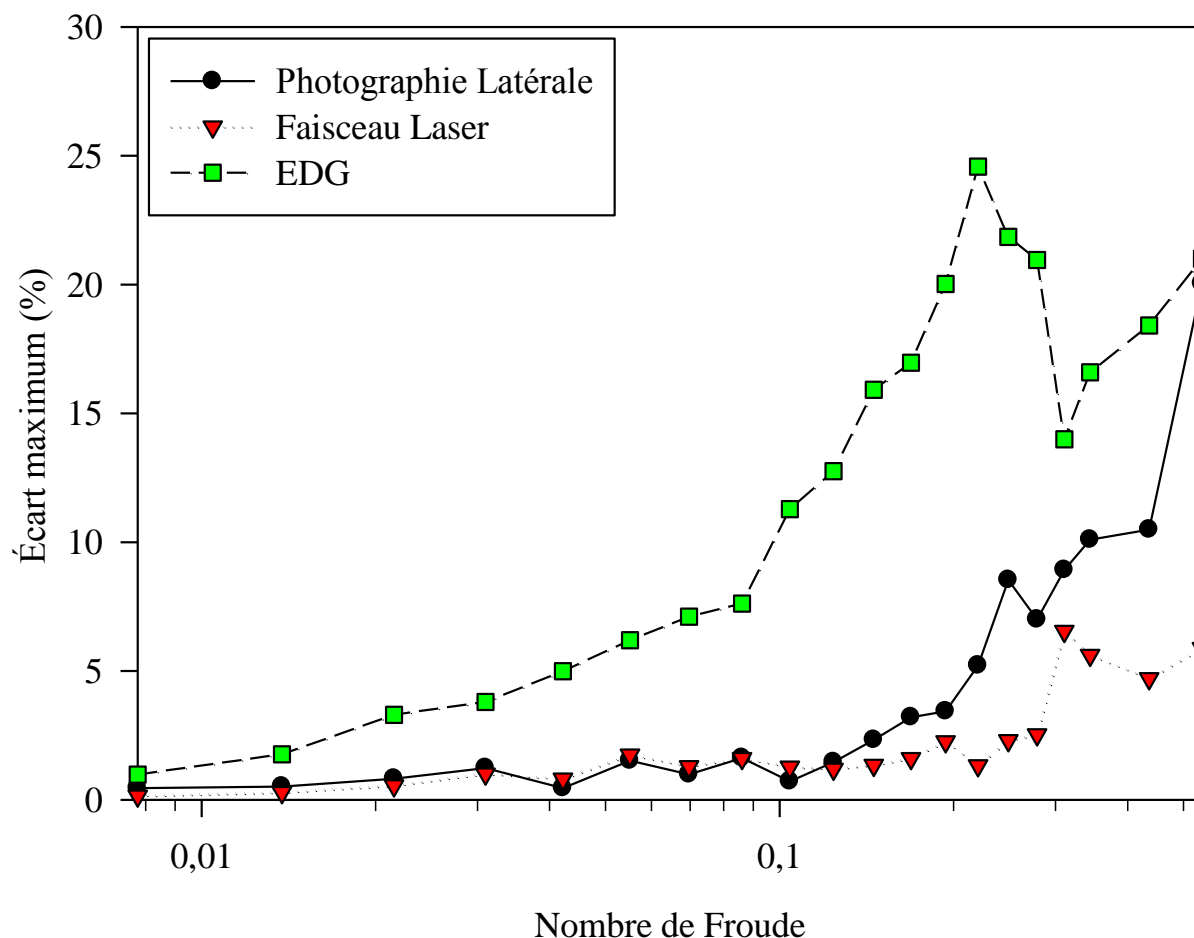
La **Figure 7.8** montre l'évolution selon le nombre de Froude des écarts moyens des trois méthodes analysées par rapport au modèle de Nagata.



**Figure 7.8:** Comparaison des méthodes par rapport à Nagata avec des écarts moyens

De même, la **Figure 7.9** montre l'évolution des écarts maximaux. La méthode du faisceau laser est la plus constante parmi les trois. Bornée par 4,8% dans les écarts moyens et par 6,5% dans les écarts maximaux, cette méthode dispose d'un écart moyen général de 1,2% à l'intérieur de la gamme des vitesses étudiées.

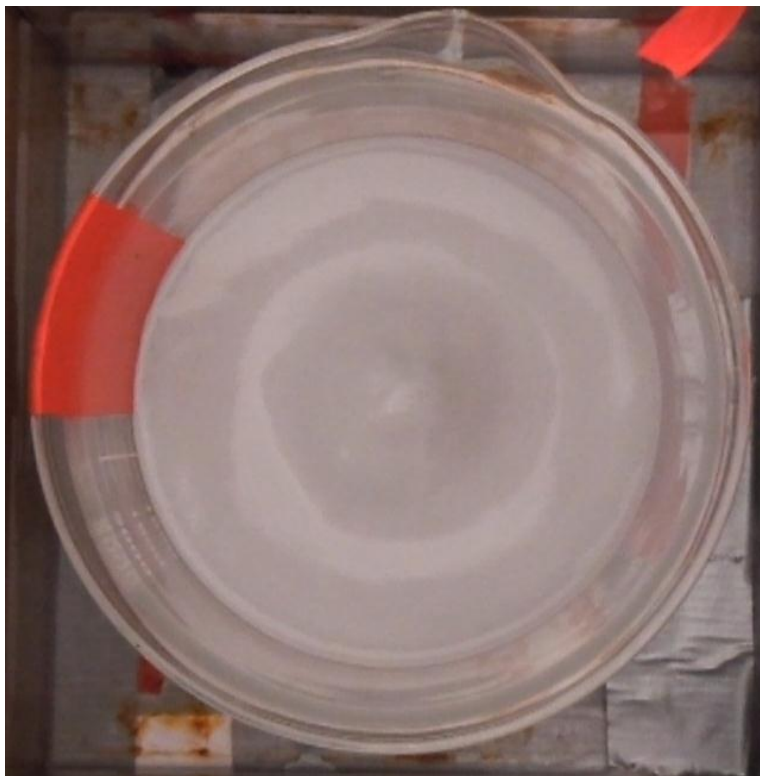
La photographie latérale est bornée par 10,9% dans les écarts moyens et par 20,1% dans les écarts maximaux. Même si elle dispose d'un écart moyen général de 1,9%, l'évolution des écarts moyens et maximaux adopte une croissance presque de type exponentielle.



**Figure 7.9:** Comparaison des méthodes par rapport à Nagata avec des écarts maximaux

Quant à la troisième méthode, EDG est sensiblement bornée par les mêmes valeurs d'écarts moyens que la photographie latérale. Son écart moyen général atteint une valeur de 5,5% et l'évolution des écarts moyens selon le nombre de Froude est une augmentation asymptotique qui semble vouloir atteindre un plateau de stabilité vers 12%.

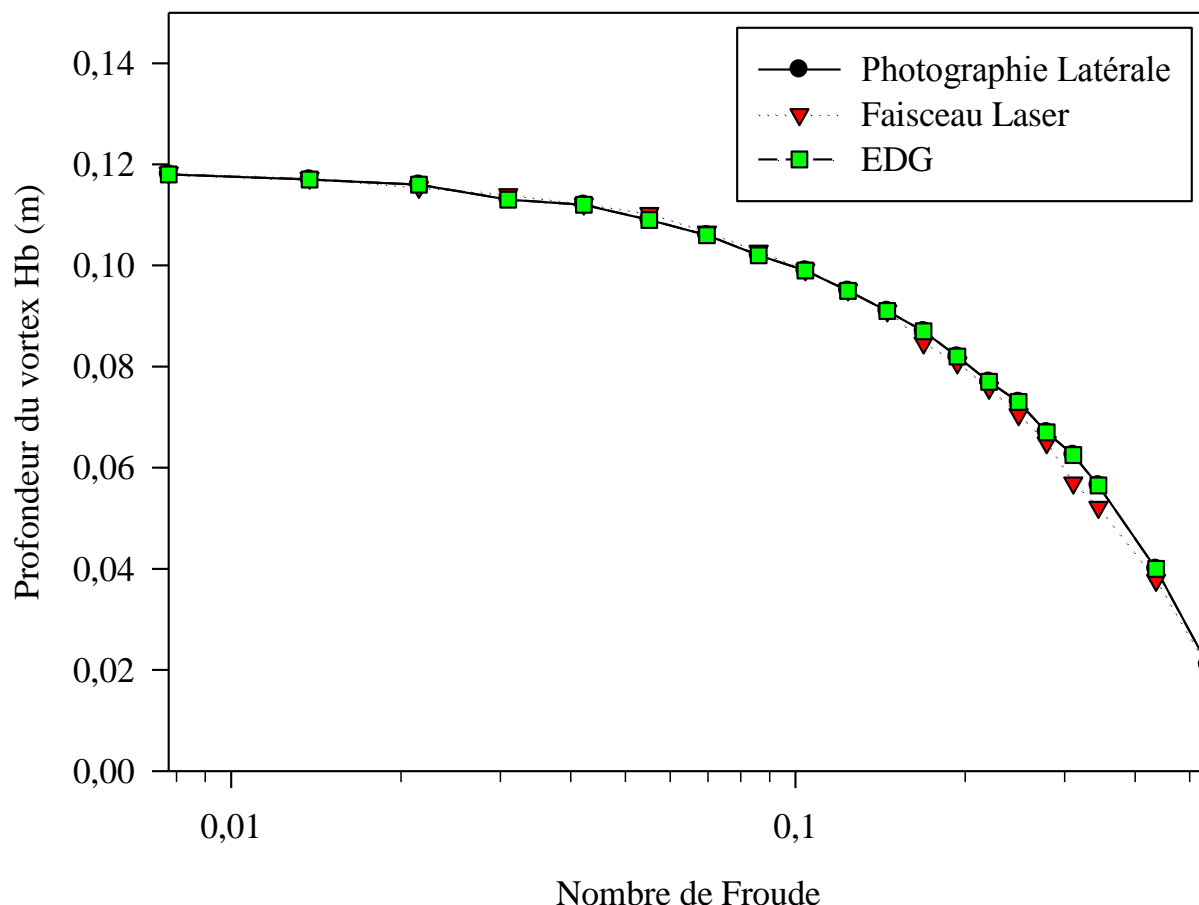
Toutefois, l'évolution de l'écart maximum est coupée en deux par un pic de 25% à un Froude de 0,22. Cet effet est dû à un problème de diffusion de lumière dans le système de mélange opérant à basses vitesses. En effet, lorsque le nombre de Froude se trouve entre 0,08 et 0,22, un anneau de lumière (**Figure 7.10**) se forme autour du vortex et perturbe l'obtention d'un profil de surface libre précis.



**Figure 7.10:** Effet d'un anneau de lumière à  $Re = 19300$  et  $Fr = 0,1$

La méthode du faisceau laser s'avère être celle avec les écarts les plus faibles en général et les valeurs des sommes des moindres carrés les plus élevées. Elle semblerait être la méthode qui s'approche le mieux des profils théoriques de Nagata. Cependant, la section 7.4 fait une comparaison des méthodes en considérant les avantages ainsi que les limitations de chacune d'entre elles.

La **Figure 7.11** rappelle les valeurs des profondeurs des vortex dans la gamme de Reynolds étudiés. La méthode de l'échelle des gris et le modèle de Nagata sont étalonnés avec les profondeurs détectées avec la méthode de la photographie latérale tandis que la méthode du faisceau laser est étalonnée avec ses propres valeurs détectées.



**Figure 7.11:** Valeurs de  $H_b$  des trois méthodes proposées

Il est important de remarquer que les valeurs des écarts présentés dans cette section dépendent du niveau initial du liquide. Ainsi, les écarts calculés avec les résultats de Nagata (**Figure 7.3**) sont relatifs à une hauteur initiale de 300 mm tandis que ceux calculés avec les trois méthodes présentées dans ce mémoire sont relatifs à une hauteur initiale de 120 mm. En effet, la hauteur initiale lors des expériences de Nagata est 2,5 fois plus grande que celle des expériences de cette étude. Du fait que les méthodes sont non intrusives, plus les dimensions du système de mélange sont grandes, plus les écarts observés sont faibles.

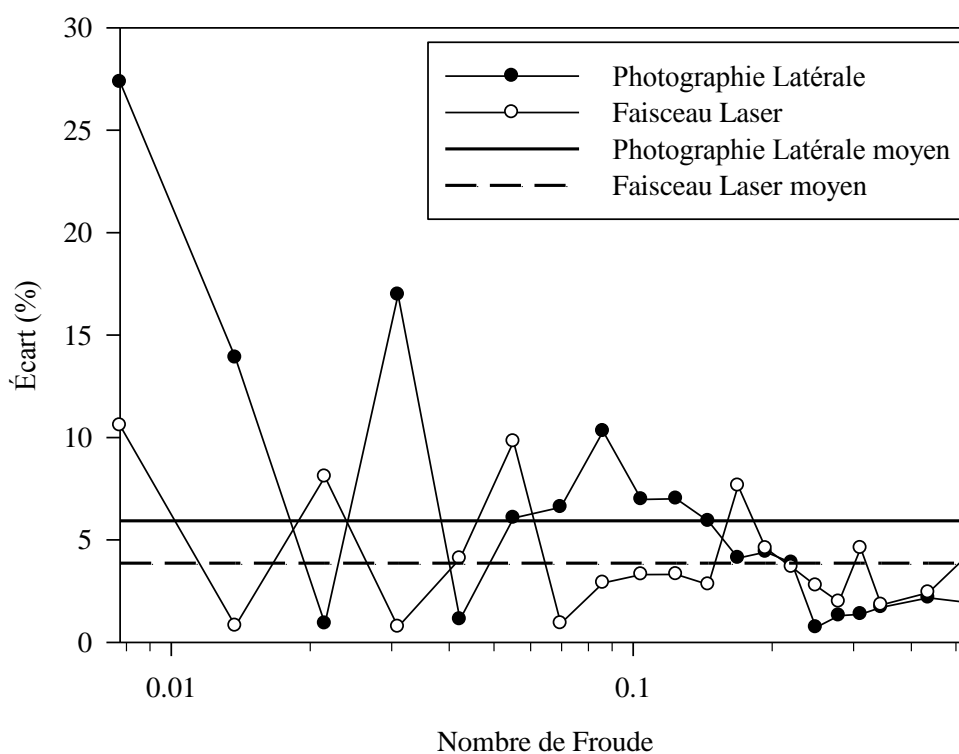
### 7.3 Comparaison des différentiels de hauteurs normalisées

Les résultats des différentiels des hauteurs normalisées présentés dans les sous-sections 4.1.3 et 5.1.4 font l'objet d'étude de comparaison dans cette section. Comme la méthode du



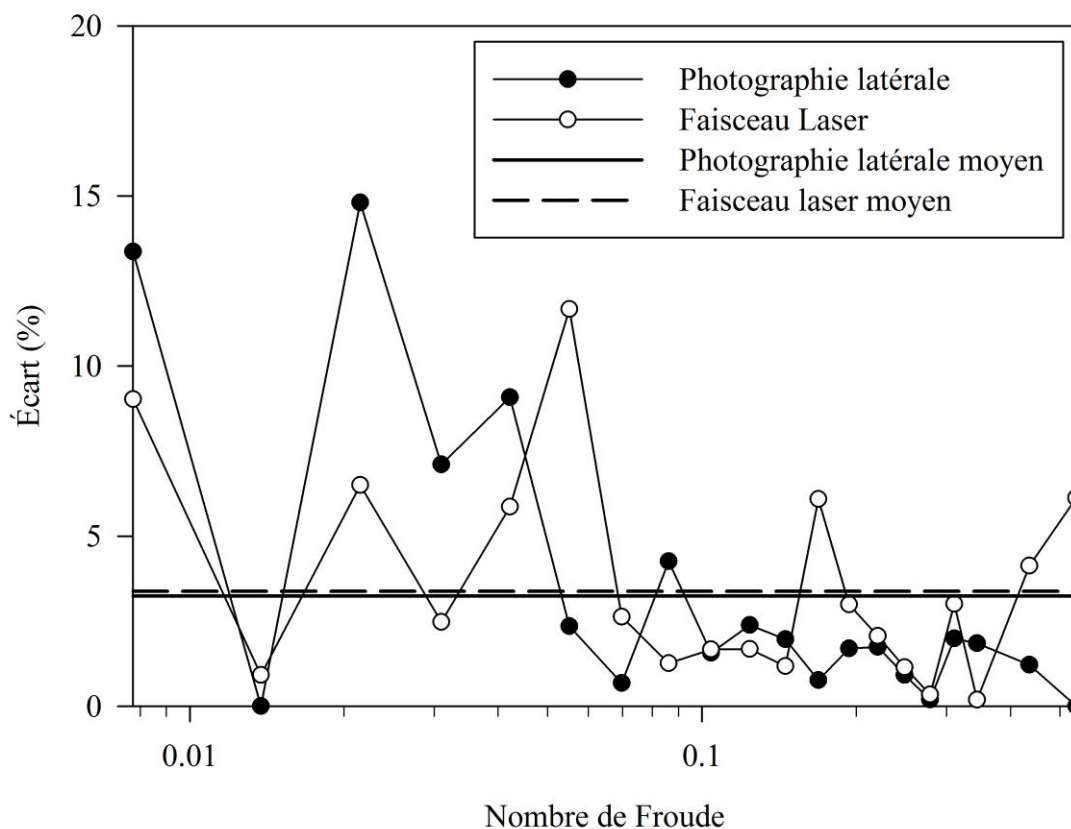
faisceau laser ne permet pas d'obtenir tous les divers différentiels de hauteur, cette étude sera cadrée sur le différentiel de la profondeur normalisée, soit  $\Delta H_b / D$ . Ainsi, les résultats des méthodes de la photographie latérale et celle du faisceau laser seront comparés, avec les régressions linéaires et non linéaires.

La **Figure 7.12** montre les écarts des approximations linéaires des différentiels des profondeurs normalisées obtenues avec la méthode de la photographie latérale et celle du faisceau laser. Les approximations de la photographie latérale et du faisceau laser sont très similaires et leurs écarts moyens sont respectivement de 6% (courbe horizontale pleine) et de 3,9% (courbe horizontale coupée). De plus, les écarts moyens de la photographie latérale sont bornés par 27,4% tandis que ceux du faisceau laser sont bornés par 10,6%.



**Figure 7.12:** Écarts des régressions linéaires sur la hauteur normalisée  $\Delta H_b / D$

En regardant les régressions non linéaires (**Figure 7.13**), les deux méthodes disposent d'un écart moyen général d'environ 3,5%. Aussi, les écarts de la photographie latérale sont bornés par 14,9% et ceux du faisceau laser par 11,7%.



**Figure 7.13:** Écarts des régressions non linéaires sur la hauteur normalisée  $\Delta H_b / D$

A la vue des résultats, la méthode du faisceau laser dispose des coefficients les plus précis afin de prédire l'évolution des différentiels des profondeurs normalisées avec des régressions linéaires et non-linéaires.

Toutefois, une analyse de la variance (ANOVA) a été effectuée afin de vérifier avec un test d'hypothèses de Fischer ( $F_0$ ) si l'ajout du nombre adimensionnel de Reynolds dans le modèle non linéaire était statistiquement significatif par rapport au modèle linéaire. Après avoir effectué un test d'ajout pour chaque régression, la présence du nombre de Reynolds est significative ( $F_0 > F_{p=1, 18}(0,05)$ ) lors de la prédiction des hauteurs normalisées  $\Delta H_b / D$  et  $\Delta H_{sp} / D$ . Dans le cas de la prédiction de la hauteur normalisée  $\Delta H_w / D$ , l'ajout du nombre de Reynolds dans la régression n'est pas statistiquement significatif ( $F_0 < F_{p=1, 18}(0,05)$ ).

## 7.4 Avantages et limitations des méthodes

Compte tenu du fait que les trois méthodes d'étude ont été analysées et comparées dans les sections précédentes (sections 7.2 et 7.3), un regard est porté sur les limitations et avantages de chacune d'entre elles (**Tableau 7.2**). Bien que la méthode du faisceau laser soit celle qui se démarque le plus en termes de résultats, elle dispose tout de même des limitations en termes de prix, sensibilité, application et utilisation.

La méthode de la photographie latérale demeure intéressante quant à l'étude des formes de profils de surface libre dans un contexte de recherche dans un laboratoire. En effet, même si elle est très simple à appliquer et qu'elle ne pose aucun souci dans son coût de mise en place, elle a besoin d'être implémentée dans un système de mélange ayant les parois de la cuve et le fluide d'étude transparents. En plus, cette technique récupère les profils de surface libre à partir d'une projection orthogonale d'un volume de fluide qui se déplace. Il faut donc supposer que le profil de surface obtenu est le même dans toute la cuve, hypothèse qui n'est pas valide en régime turbulent ou pour des systèmes d'agitations asymétriques.

La méthode de l'échelle des gris est celle qui a le plus d'écarts par rapport au modèle de Nagata. Toutefois, cette dernière est très peu coûteuse, simple à utiliser et peut être incorporée dans des systèmes de mélange industriels de toute taille. De plus, elle permet de récupérer deux tiers de l'ensemble tridimensionnel de la surface libre. En effet, un tiers des données est perdu en dehors de la boîte de cadrage lors du prétraitement de l'image source (sous-section 3.5.3). Cependant, cette méthode globale dépend énormément des conditions expérimentales appliquées sur le système de mélange et peut donc produire des résultats incohérents si ces dernières ne sont pas optimales.

**Tableau 7.2:** Avantages et limitations des trois méthodes

Méthode	Avantages	Limitations
<b>Photographie latérale</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Économique (\$)¹ sur des petits volumes</li> <li>Non-intrusive</li> <li>Simple à utiliser</li> <li>Méthode flexible</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Besoin d'une cuve à parois transparentes et d'un fluide transparent</li> <li>Méthode locale : Projection 2D d'un phénomène 3D</li> </ul>
<b>Faisceau laser</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Non-intrusive</li> <li>Très exacte</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Limitée à des petits systèmes de mélange²</li> <li>Coûteuse (\$\$\$)³</li> <li>Utilisation complexe</li> <li>Sensible aux propriétés réfléchives du fluide</li> <li>Méthode locale</li> </ul>
<b>EDG</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Économique (\$)¹</li> <li>Non-intrusive</li> <li>Simple à utiliser</li> <li>Méthode globale : 3D</li> <li>Peut être utilisée dans des grandes cuves industrielles</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Sensible à l'image source</li> <li>Sensible aux conditions expérimentales</li> </ul>

---

¹ Économique (\$): La méthode peut être mise en place avec environ 1 000 – 2 000 \$Can.

² Petits : Le faisceau laser est limité à capter un rayon de 90mm ou moins.

³ Coûteuse (\$\$\$) : Le prix du laser ainsi que de la boîte d'acquisition des données est de l'ordre des 35 000\$Can.

## CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Trois méthodes expérimentales permettant de détecter et caractériser le vortex dans des cuves de mélange sont proposées dans cette étude. Les trois méthodes ont été développées et utilisées avec un système de mélange ( $T = 0,128$  m;  $D \approx 0,6T$ ;  $C = 0$ ,  $V = 1,5$  L) opérant à diverses vitesses en régime turbulent avec des fluides newtoniens à très faible viscosité ( $\mu \approx 1 \text{ Cp} \pm 10\%$ ).

La première méthode caractérise la forme du vortex en observant la cuve transparente de côté et en interprétant des images moyennes du vortex. La deuxième méthode détecte la forme de la surface libre avec un faisceau laser qui l'illumine depuis le haut de la cuve et un récepteur à transferts de charge (caméra CCD) visualise et triangule la position du faisceau réfléchi. La troisième méthode de caractérisation du vortex repose sur l'analyse d'une image en échelle des gris prise depuis le haut de la cuve. À partir de cette image, le modèle de l'échelle des gris permet de reconstituer la surface libre en trois dimensions.

Afin de quantifier la précision et l'exactitude des méthodes développées, les courbes de profil de surface libre obtenues ont été comparées à celles données par le modèle de Nagata. En vue des résultats, la méthode du faisceau laser est la plus exacte. En effet, les courbes obtenues avec la méthode du faisceau laser ne diffèrent en moyenne que de 1,2% des courbes prédites par le modèle de Nagata. Cependant, cette méthode est très coûteuse, complexe à utiliser et peut être appliquée juste à des petits systèmes de mélange. La reproductibilité des résultats peut devenir un problème avec cette méthode à cause des réflexions aléatoires de lumière sur la surface libre du fluide.

Les résultats produits par la méthode de la photographie latérale sont fiables, précis (écart moyen de 1,9%) et répétables. Cette méthode est simple à utiliser et très économique à implémenter mais, ne permet pas de répondre aux besoins industriels. En effet, elle a besoin de conditions expérimentales presque jamais rencontrées dans le milieu industriel (parois de la cuve et fluide transparents).

En plus, compte tenu du fait que ces deux dernières méthodes donnent un profil bidimensionnel, elles ne permettent pas de refléter la forme asymétrique de la surface libre dans un système en régime turbulent, souvent rencontré dans un milieu industriel. Par contre, la méthode de l'échelle des gris permet de visualiser la surface libre en trois dimensions. Elle est simple

d'utilisation, rentable et versatile mais demeure très sensible aux conditions expérimentales auxquelles l'image source est soumise. Pour l'instant, cette limitation n'assure pas une bonne reproductibilité des résultats.

Parmi les trois méthodes expérimentales étudiées, la méthode du faisceau laser requiert beaucoup de mesures de sécurité préventives à cause de la présence du faisceau laser rouge ( $\lambda = 655 \text{ nm}$ ). La méthode de la photographie latérale et celle de l'échelle des gris sont très sécuritaires du fait qu'elles capturent le vortex dans la cuve avec un appareil photographique conventionnel (NIKON S6000).

Une étude secondaire réalisée dans ce mémoire a permis d'analyser l'évolution des profondeurs normalisées des vortex en fonction des nombres adimensionnels hydrodynamiques (Reynolds et Froude) avec deux des trois méthodes : la photographie latérale et le faisceau laser. En vue des résultats, la méthode du faisceau laser était celle qui avait les meilleures approximations linéaires et non linéaires des tendances des profondeurs. En plus, la régression non linéaire du type  $\Delta H_b / D = C Re^a Fr^b$  s'est avérée être la plus précise avec un écart moyen de 3,5% contre des écarts dépassant 10% pour les régressions linéaires.

Il est donc possible d'affirmer que la détection de la surface libre depuis le haut de la cuve est possible, et qu'elle peut être réalisée avec deux différentes méthodes : le faisceau laser et EDG. En fonction de la précision désirée, la détection de la surface libre peut être simple, économique et rapide ou elle peut être onéreuse et lente d'analyse.

À la vue des résultats obtenus, il serait intéressant de poursuivre l'étude de la détection des surfaces libres avec l'échelle des gris. Cette nouvelle méthode de traitement d'image EDG ouvre une porte à la caractérisation tridimensionnelle des surfaces libres dans des cuves de mélange et mérite d'être étudiée d'avantage afin de mieux exploiter les résultats qu'elle peut offrir ainsi que de mieux connaître sa gamme d'application et ses limitations. Il serait intéressant d'étudier la forme de la surface libre avec des fluides non-newtoniens présentant l'effet de Weissenberg. L'étude des profondeurs normalisées ouvre aussi une porte sur la question du '*scale-up*' des cuves de mélange. Une analyse de l'évolution des profondeurs normalisées du vortex en fonction des dimensions des systèmes de mélange pourrait contribuer aux recherches déjà effectuées.

**ANNEXE 1 – Fichier GILS.INP**

=====

FICHER INPUT DE GILS

=====

PRÉFIXE DES FICHIERS .PPM

R500ISO400EXP2SL

GEO-RÉFÉRENÇAGE EXCENTRÉ (1:OUI-ELOIGNÉ, 2:OUI-RAPPROCHÉ, 0:NON)

2

DONNÉES:

-----

XMIN

0

XMAX

0.088

YMIN

0

YMAX

0.044

ÉTALONNAGE DE Z:

-----

ZMIN

0.021

ZMAX

0.145

DONNÉES DE LA BOUCLE DE CALCUL:

-----

NOMBRE DE PAS DE TEMPS

1

PREMIER PAS DE TEMPS À TRAITER

1

DERNIER PAS DE TEMPS À TRAITER

1

FRÉQUENCE DE TRAITEMENT

1

INCRÉMENT DE FICHIER

1

PARAMÈTRES DU FILTRE GAUSSIEN:

-----

ÉCART TYPE DES PONDÉRATIONS (CONSEIL:  $0.4 < \text{STD} < 3$ )

0.5

NOMBRE DE PASSES (SI PASSE = 0, LE FILTRE NE S'APPLIQUE PAS)

1

FILTRE DU PROFIL:

-----

RÉSOLUTION

256

DEMI-LARGEUR DE LA FENÊTRE DE FILTRAGE (ORDRE) (1, 2, 3, 4, 5, 6 OU 7;  
CONSEIL:  $0 < \text{ORDRE} < 4$ )

5

CRITÈRE D'ARRÊT: POURCENTAGE D'ÉCART MOYEN (SI CRITÈRE = -1, LE FILTRE NE  
S'APPLIQUE PAS)

5



**ANNEXE 2 – Fichier IMAGE.INP**

=====

FICHER INPUT DE IMAGE

=====

PRÉFIXE DES FICHIERS .PPM

Préfixe

DONNÉES DE LA BOUCLE DE CALCUL:

-----

PREMIER PAS DE TEMPS À TRAITER

1

DERNIER PAS DE TEMPS À TRAITER

300

FRÉQUENCE DE TRAITEMENT

1

## RÉFÉRENCES

- Agricola, Georgius. (1556). *De Re Metallica*.
- Amsden, A., & Harlow, F.H. (1970). The SMAC Method: A Numerical Technique for Calculating Incompressible Fluid Flows *Report LA-4370*. USA: Los Alamos Scientific Laboratory.
- Batchelor, G. K. (1967). *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge,: U.P.
- Bavay, M. (2002). *Compression de flux magnétique dans le régime sub-microseconde pour l'obtention de hautes pressions et de rayonnement X intense*. (Docteur en sciences), Université de Paris sud - UFR scientifique d'Orsay, Paris, France.
- Bertolaccini, E. (1998). *Aeration phenomena in gas-liquid stirred tank reactors*. (MS Thesis), University of Pisa.
- Bhattacharya, S., Hebert, D., & Kresta, S. M. (2007). Air Entrainment in Baffled Stirred Tanks. *Chemical Engineering Research and Design*, 85(5), 654-664. doi: 10.1205/cherd06184
- Bouffard, J., Bertrand, F., Chaouki, J., & Giasson, S. (2012). Control of particle cohesion with a polymer coating and temperature adjustment. *AIChE Journal*.
- Bouffard, J., Cabana, A., Bertrand, F., & Chaouki, J. (2012). Experimental investigation of the effect of particle cohesion on the flow dynamics in a spheronizer. *AIChE Journal*.
- Bouguet, J. Y., & Perona, P. (2009). Method for recovering 3D surface shape based on grayscale structured lighting. USA: California Institute of Technology.
- Brennan, D. J., & Lehrer, I. H. (1976). Impeller mixing in vessels experimental studies on the influence of some parameters and formulation of a general mixing time equation (Vol. 54, pp. 139-152).
- Busciglio, A., Grisafi, F., Scargiali, F., Davi, M. L., & Brucato, A. (2011). Vortex Shape in Unbaffled Stirred Vessels: Experimental Study via Digital Image Analysis. *Icheap-10: 10th International Conference on Chemical and Process Engineering, Pts 1-3*, 24, 1387-1392. doi: Doi 10.3303/Cet1124232

- Cabaret, F., & Fradette, L. (2011). GCH6112a - Conception des opérations industrielles d'agitation et de mélange. Montréal, Canada.
- Ciofalo, M., Brucato, A., Grisafi, F., & Torracca, N. (1996). Turbulent flow in closed and free-surface unbaffled tanks stirred by radial impellers. *Chemical Engineering Science*, 51(14), 3557-3573.
- Connelly, R. K., & Kokini, J. L. (2006). Mixing simulation of a viscous Newtonian liquid in a twin sigma blade mixer. *AIChE Journal*, 52(10), 3383-3393. doi: Doi 10.1002/Aic.10960
- Driss, Z., Bouzgarrou, G., Kchaou, H., & Abid, M. S. (2011). Computer simulation of the laminar flow in stirred tanks generated by the proximity impellers of a mono and double screws type with simple and modified profiles. *Mecanique & Industries*, 12(2), 109-121. doi: Doi 10.1051/Meca/2011011
- Dular, M., Bajcar, T., Slemenik-Perse, L., Zumer, M., & Sirok, B. (2006). Numerical simulation and experimental study of non-Newtonian mixing flow with a free surface. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 23(4), 473-486.
- DUPONT. (2007). Titanium dioxide for coatings. In DuPont Ti-Pure (Ed.).
- Egels, Y. ; Kasser, M. (2001). *Photogrammétrie Numérique*. Paris.
- Falkovich, G. (2011). *Fluid Mechanics - A Short Course for Physicists* New York, USA: Cambridge University Press.
- Fang, J. N., Parriaux, A., Rentschler, M., & Ancey, C. (2009). Improved SPH methods for simulating free surface flows of viscous fluids. *Applied Numerical Mathematics*, 59(2), 251-271. doi: DOI 10.1016/j.apnum.2008.02.003
- Fontaine, A., Guntzburger, Y., Bertrand, F., Fradette, L., & Heuzey, M.C. (2012). Experimental investigation of the flow dynamics of rheologically complex fluids in a Maxblend impeller system using PIV. *Soumis à: Chemical Engineering Research and Design*.
- Fox, R.W., McDonald, A.T., & Pritchard, P.J. (2004). *Introduction to fluid mechanics* (6th ed.). New York: Wiley.
- Gingold, R. A., & Monaghan, J. J. (1977). Smoothed particle hydrodynamics, theory and application to non-spherical stars (Vol. 181, pp. 375-389).

- Ginzburg, I., & Steiner, K. (2003). Lattice Boltzmann model for free-surface flow and its application to filling process in casting. *Journal of Computational Physics*, 185(1), 61-99. doi: Doi 10.1016/S0021-9991(02)00048-7
- Guida, A., Nienow, A.W., & Barigou, M. (2010). The effects of the azimuthal position of the measurement plane on the flow parameters determined by PIV within a stirred vessel (Vol. 65, pp. 2454-2463).
- Guntzburger, Y., Fontaine, A., Fradette, L., & Bertrand, F. (2012). An experimental method to evaluate global pumping in a mixing system: application to the Maxblend<sup>TM</sup> for Newtonian and non-Newtonian fluids. *Soumis à: Chemical Engineering Journal*.
- Guntzburger, Y., Fradette, L., Farhat, M., Heniche, M., Tanguy, P. A., & Takenaka, K. (2009). Effect of the geometry on the performance of the Maxblend (TM) impeller with viscous Newtonian fluids. *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering*, 4(5), 528-536. doi: Doi 10.1002/Apj.275
- Haque, J. N., Mahmud, T., Roberts, K. J., Liang, J. K., White, G., Wilkinson, D., & Rhodes, D. (2011). Free-Surface Turbulent Flow Induced by a Rushton Turbine in an Unbaffled Dish-Bottom Stirred Tank Reactor: Ldv Measurements and Cfd Simulations. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 89(4), 745-753. doi: Doi 10.1002/Cjce.20599
- Haque, J.N., Mahmud, T., Roberts, K.J., & Rhodes, D. (2006). Modeling turbulent flows with free-surface in unbaffled agitated vessels (Vol. 45, pp. 2881-2891).
- Harlow, F. H., & Welch, J. E. (1965). Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface (Vol. 8, pp. 2182-2189).
- Heniche, M. (1995). *Modelisation tridimensionnelle par elements finis d'écoulements à surface libre*. (PhD), Université de Technologie de Compiègne.
- Heniche, M., & Mosser, P.A. (2011). *A Modeling Strategy to Predict the Hydrodynamics In Stirred Tanks with Moving Free Surface*, Papier 617a présenté au AIChE, section NAMF, St-Paul, Mineapolis USA.
- Heniche, M., & Tanguy, P. A. (2008). Finite element modeling of viscous mixing: A review. *Chemical Product and Process Modeling*, 3(1).

- Hirt, C. W., Amsden, A. A., & Cook, J. L. (1974). An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds. *Journal of Computational Physics*, 14(3), 227-253.
- Hirt, C. W., & Nichols, B. D. (1981). Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries (Vol. 39, pp. 201-225).
- Hoffmann, G. (2002). Gaussian Filter, 2012, from <http://www.fho-empden.de/~hoffmann/>
- Höhle, J. (1997). Computer-assisted teaching and learning in photogrammetry. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 52(6), 266-276. doi: 10.1016/s0924-2716(97)00022-1
- Iranshahi, A., Devals, C., Heniche, M., Fradette, L., Tanguy, P. A., & Takenaka, K. (2007). Hydrodynamics characterization of the Maxblend impeller. *Chemical Engineering Science*, 62(14), 3641-3653. doi: DOI 10.1016/j.ces.2007.03.031
- Iranshahi, A., Heniche, M., Bertrand, F., & Tanguy, P. A. (2006). Numerical investigation of the mixing efficiency of the Ekato Paravisc impeller. *Chemical Engineering Science*, 61(8), 2609-2617. doi: DOI 10.1016/j.ces.2005.11.032
- Jahoda, M., Mostek, M., Fort, I., & Hasal, P. (2011). Cfd Simulation of Free Liquid Surface Motion in a Pilot Plant Stirred Tank. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 89(4), 717-724. doi: Doi 10.1002/Cjce.20477
- Jolicoeur, M., Chavarie, C., Carreau, P. J., & Archambault, J. (1992). Development of a helical-ribbon impeller bioreactor for high-density plant cell suspension culture. *Biotechnology and Bioengineering*, 39(5), 511-521. doi: 10.1002/bit.260390506
- Jongen, T. R. G., Bruschke, M. V., & Dekker, J. G. (2003). Analysis of dough kneaders using numerical flow simulations. *Cereal Chemistry*, 80(4), 383-389.
- Koerner, C. (2008). Lattice Boltzmann Model for Free Surface Flow
- Integral Foam Molding of Light Metals (pp. 163-170): Springer Berlin Heidelberg.
- Kraus, K., & Stewardson, P. (1997). *Photogrammetry # Volume 2 Advanced Methods and Applications*. Bonn: Ferd. Dümmler.
- Kraus, K., & Waldhäusl, P. (1998). *Manuel de photogrammétrie* (Oliver Reis Pierre Grussenmeyer, Trans.). Paris.

- Kucharik, M., Liska, R., Vachal, P., & Shashkov, M. (2006). Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) methods in compressible fluid dynamics. *Programs and Algorithms of Numerical Mathematics*, 13, 178--183.
- Kuo, L. S., & Chen, P. H. (2009). A unified approach for nonslip and slip boundary conditions in the lattice Boltzmann method. *Computers & Fluids*, 38(4), 883-887. doi: DOI 10.1016/j.compfluid.2008.09.008
- Landau, L. D., & Lifshits, E. M. (1987). *Fluid mechanics* (2nd ed.). Oxford, England ; New York: Pergamon Press.
- Le Lan, A., & Angelino, H. (1972). Etude du vortex dans les cuves agitées. *Chemical Engineering Science*, 27(11), 1969-1978.
- Linder, W. (2003). *Digital Photogrammetry: Theory and Applications*. Berlin: Springer.
- Liu, G. R. (2009). *Meshfree Methods: Moving Beyond the Finite Element Method* (Second ed.): CRC Press.
- Lucy, L. B. (1977). Numerical approach to the testing of the fission hypothesis.
- Mahmud, T., Haque, J. N., Roberts, K. J., Rhodes, D., & Wilkinson, D. (2009). Measurements and modelling of free-surface turbulent flows induced by a magnetic stirrer in an unbaffled stirred tank reactor. *Chemical Engineering Science*, 64(20), 4197-4209. doi: DOI 10.1016/j.ces.2009.06.059
- Markopoulos, J., & Kontogeorgaki, E. (1993). Trombenbildung in unbewehrten Rührbehältern mit ein- und zweistufiger Rühreranordnung. *Chemie Ingenieur Technik*, 65(7), 839-841. doi: 10.1002/cite.330650714
- Markopoulos, J., & Kontogeorgaki, E. (1995). Vortex depth in unbaffled single and multiple impeller agitated vessels. *Chemical Engineering and Technology*, 18(1), 68-74.
- Mavros, P. (2001). Flow Visualization in Stirred Vessels: A Review of Experimental Techniques. *Chemical Engineering Research and Design*, 79(2), 113-127. doi: Doi: 10.1205/02638760151095926
- McNamara, G.R., & Zanetti, G. (1988). Use of the Boltzmann Equation to Simulate Lattice-Gas Automata. *Physical Review Letters*, 61(20), 2332-2335.

- Monaghan, J. J. (1994). Simulating Free-Surface Flows with Sph. *Journal of Computational Physics*, 110(2), 399-406.
- Mosser, P.A., Heniche, M., Fradette, L., Katenaka, K., & Tanguy, P. (2012). Numerical investigation of pumping in the Superblend mixer. *Soumis à: Canadian Journal Of Chemical Engineering*.
- Nagata, S. (1975). *Mixing : principles and applications*. Tokyo; New York: Kodansha ;Wiley.
- Nagata, S., & Yamamoto, K. (1966). Criteria for the Scaling Up of Mixing Vessels. *Department of Chemical Engineering, Tokyo University*, 76-85.
- Nagata, S., Yamamoto, K., & Hashimoto, K. (1959). Flow patterns of liquids in a Cylindrical Mixing Vessel with Baffles. *Department of Chemical Engineering, Tokyo University*, 260-274.
- Nagata, S., Yoshioka, N., & Yokoyama, T. (1955). Studies on the Power Requirement of Mixing Impellers (I). *Department of Chemical Engineering, Tokyo University*, 185-175.
- Paglianti, A., Pintus, S., & Giona, M. (2000). Time-series analysis approach for the identification of flooding/loading transition in gas-liquid stirred tank reactors. *Chemical Engineering Science*, 55(23), 5793-5802.
- Paul, E.L., Atiemo-Obeng, V.A., & Kresta, S.M. (2004). *Handbook of industrial mixing : science and practice*. Hoboken, N.J.: Wiley-Interscience.
- Rieger, F., Ditzl, P., & Novák, V. (1979). Vortex depth in mixed unbaffled vessels. *Chemical Engineering Science*, 34(3), 397-403. doi: 10.1016/0009-2509(79)85073-3
- Rivera, C., Foucault, S., Heniche, M., Espinosa-Solares, T., & Tanguy, P. A. (2006). Mixing analysis in a coaxial mixer. *Chemical Engineering Science*, 61(9), 2895-2907. doi: DOI 10.1016/j.ces.2005.11.045
- Rivera, C., Heniche, M., Ascanio, G., & Tanguy, P. (2004). A virtual finite element model for centered and eccentric mixer configurations. *Computers & Chemical Engineering*, 28(12), 2459-2468. doi: DOI 10.1016/j.compchemeng.2004.06.012
- Rushton, J. H., Costich, E. W., & Everett, H. J. (1950). Power characteristics of mixing impellers. *Chemical Engineering Progress*, 46(9), 467-476.

- Serra, A., Campolo, M., & Soldati, A. (2001). Time-dependent finite-volume simulation of the turbulent flow in a free-surface CSTR. *Chemical Engineering Science*, 56(8), 2715-2720.
- SICO-247420. (2010). Fiche Signalétique - Pro Semilustre Blanc 247420 (pp. 1-11).
- SICO-FS-Q837610. (2011). Fiche signalétique FS-Q837610.
- SICO-FT20060308. (2010). Fiche technique #20060308 *Peinture latex intérieure - Fini semi-lustré* (pp. 1-2).
- SICO-FT-1872. (2011). Fiche technique FT-1872 *Colorant SICO 4000 - 837610 Noir OXY*.
- Smit, L., & Düring, J. (1991). *Vortex geometry in stirred vessels*. Paper presented at the Proceedings of the 7th European Congress on Mixing, Bruges, Belgium.
- Tanguy, P. A., Lacroix, R., Bertrand, F., Choplin, L., & Delafuente, E. B. (1992). Finite-Element Analysis of Viscous Mixing with a Helical Ribbon-Screw Impeller. *AIChE Journal*, 38(6), 939-944.
- Tettamanti, K., Havas, G., & Sawinsky, J. (1969). *Acta Chim. Sci. Hung.*, 60(191).
- Thurey, N., Pohl, T., Rude, U., Ochsner, M., & Korner, C. (2006). Optimization and stabilization of LBM free surface flow simulations using adaptive parameterization. *Computers & Fluids*, 35(8-9), 934-939. doi: DOI 10.1016/j.compfluid.2005.06.009
- Tome, M.F., & Mckee, S. (1994). Gensmac - a Computational Marker and Cell Method for Free-Surface Flows in General Domains. *Journal of Computational Physics*, 110(1), 171-186.
- Torre, J. P., Fletcher, D. F., Lasuye, T., & Xuereb, C. (2007a). An experimental and computational study of the vortex shape in a partially baffled agitated vessel. *Chemical Engineering Science*, 62(7), 1915-1926. doi: DOI 10.1016/j.ces.2006.12.020
- Torre, J. P., Fletcher, D. F., Lasuye, T., & Xuereb, C. (2007b). Transient hydrodynamics and free surface capture of an under-baffled stirred tank during stopping. *Chemical Engineering Research & Design*, 85(A5), 626-636. doi: Doi 10.1205/Cherd06174
- Uhl, V.M., & Gray, J.B. (1966). *Mixing: theory and practice*.



- Visser, J.G.v.d. (2012). Industrial Mixer Impellers and Mixer Propellers from Cleveland Eastern Retrieved 9/06/2012, from [http://www.process-controls.com/Visser\\_Sales/EMI\\_industrial\\_mixer\\_impellers.htm](http://www.process-controls.com/Visser_Sales/EMI_industrial_mixer_impellers.htm)
- Vusse, J.G.v.d. (1953). *Mixing by agitation of miscible liquids*. (Dr. CB56033), Technische Universiteit Delft (The Netherlands), Netherlands. Retrieved from <http://search.proquest.com/docview/302144764?accountid=40695> ProQuest Dissertations & Theses (PQDT) database.
- Weissenberg, K. (1931). Die. Mechanik deformierbarer Körper. *Abh. d. Preuss Acad. d. Wissenschaften, Vol. 2*.
- Yao, A., & Wu, C.H. (2005). An automated image-based technique for tracking sequential surface wave profiles. *Ocean Engineering*, 32(2), 157-173. doi: DOI: 10.1016/j.oceaneng.2004.07.004
- Zlokarnik, M. (1971). Trombentiefe beim Rühren in unbewehrten Behältern (Vol. 43, pp. 1028-1030).
- Zlokarnik, M. (2001). *Stirring : theory and practice*. Weinheim ; New York: Wiley-VCH.